Projeto de Pesquisa
Edital CNPQ 50/2006

TÍTULO: Simulações 'Positivas' da Negação

EQUIPE:

Coordenador: Daniel Durante Pereira Alves
CPF: 109.118.858-03
Dep. Filosofia, UFRN

Pesquisadora: Maria da Paz Nunes de Medeiros
CPF: 222.584.504-20
Dep. Filosofia, UFRN

Colaborador / Aluno de Graduação:
Patrick César Alves Terrematte
CPF: 013.330.094-37
Dep. Filosofia, UFRN

DESCRIÇÃO GERAL DA PROPOSTA

Muito se tem estudado sobre a negação. Desde a antiguidade sua paradoxal simplicidade esconde uma dificuldade de caracterização que desafia nossa compreensão. Filósofos, lógicos, lingüistas, cientistas da computação tratam do tema a partir de diferentes abordagens e interesses. A perspectiva deste projeto é realizar um estudo filosófico sobre a negação, segundo a tradição lógica da *Teoria da Prova*, contribuindo assim para a ampliação da compreensão da negação enquanto uma operação racional passível de formalização em sistemas lógicos.

As questões centrais que motivaram este projeto são as seguintes: em que medida seria possível produzir sistemas formais de lógica sem a utilização de nenhum símbolo primitivo ou regra especial para o tratamento da negação?[1] Seria possível apresentar alguma interpretação semântica alternativa que simulasse positivamente a negação? Quão próximos dos sistemas mais conhecidos de lógica clássica, intuicionista, minimal, paraconsistente ou relevante estes sistemas sem negação conseguiriam chegar? Teriam estes sistemas sem negação alguma vantagem computacional, construtiva ou mesmo teórica, de fundamentação filosófica, com relação aos sistemas tradicionais com negação? Quais as suas eventuais desvantagens?

Em outras palavras, trata-se de uma tentativa de compreender a negação analisando os efeitos de sua ausência nos sistemas lógicos, e buscando suprir ou minorar estes efeitos simulando a negação por via de artifícios formais supostamente positivos. Quão de fato positivos seriam

[1] Nem o "não" ($\neg$), nem o "falso" ou "absurdo" ($\perp$).

estes artifícios é também um dos temas da pesquisa. Nossa esperança é que o entendimento do grau de sucesso destas simulações e de quanto podem ser consideradas “positivas” possa representar um avanço na compreensão da negação.

A hipótese principal que pretendemos investigar é a definição da negação através do conectivo da implicação material ($\rightarrow$), e foi inspirada no tratamento da negação que é feito nos principais sistemas de Dedução Natural à lá Gentzen, como em **Prawitz (1965)**, onde $\neg A$ é definido como $A \rightarrow \bot$. Esta definição, apesar de analisar a negação em termos da implicação, não abre mão de um símbolo primitivo especial, o $\bot$,[2] que possui regras de dedução especificamente associadas a ele. Assim, apesar de uma substituição de $\bot$ por, digamos, “$1=0$” dar uma forma aparentemente positiva à negação em um contexto matemático ($\neg A$ seria definido como $A \rightarrow (1=0)$), tal positividade é apenas aparente, uma vez que as regras do $\bot$ deveriam agora ser definidas para “$1=0$”, mantendo assim um caráter especial e negativo para a expressão “$1=0$” e para esta definição da negação.

A idéia é abrir mão inclusive da constante $\bot$ e apresentar uma interpretação semântica alternativa na qual uma simples implicação $A \rightarrow B$ faria o papel de $\neg A$.

Uma descrição da motivação intuitiva para esta definição pode ser apresentada nos seguintes termos: se considerarmos B não como uma fórmula, mas como um **esquema** de fórmulas, é claro que qualquer fórmula pode ser substituída por B. Portanto B, enquanto esquema de fórmulas, é um esquema **trivial**. Ele representa todas as fórmulas.

Analogamente, o esquema $A \rightarrow B$ é “trivializador” de qualquer fórmula que seja substituida no lugar de A, pois como qualquer fórmula pode assumir o lugar de B, a implicação $A \rightarrow B$ representaria o fato de que de A tudo se segue. Mas se recordarmos o poder dedutivo de $\bot$ nos sistemas de Dedução Natural, veremos que, pelo menos na lógica intuicionista, seu poder dedutivo é exatamente o de ser um símbolo trivializador. A regra $\bot$ –*intuicionista* afirma apenas que de $\bot$ tudo se segue. Assim, a implicação $A \rightarrow B$ encarada como um esquema guarda uma certa semelhança com $A \rightarrow \bot$.

É verdade que na lógica clássica o poder dedutivo de $\bot$ é um pouco maior, uma vez que a regra $\bot$ –*clássico* além de estabelecer que de $\bot$ tudo se segue, permite o descarte de certas hipóteses. Além disso, outra imperfeição evidente desta definição é que de acordo com o cálculo proposicional clássico, $A \rightarrow B$ não é equivalente a $\neg A$, como estamos definindo, mas a $\neg A \vee B$. No entanto, o objetivo aqui ainda não é resolver todos os problemas, mas apenas apresentar uma motivação intuitiva para esta definição positiva da negação. Afinal de contas, é bastante conhecido o fato de que, sintaticamente, não é possível definir a negação exclusivamente através dos outros conectivos proposicionais (implicação, conjunção e disjunção), de forma que qualquer resposta positiva à questão proposta não será trivial e exigirá algum tipo não convencional de interpretação semântica para os símbolos da linguagem formal.

[2] Tradicionalmente chamado de *falso*, ou *absurdo*.

Apesar de a primeira vista imperfeita, esta definição positiva da negação tem propriedades bastante interessantes. Na tabela abaixo, todas as sentenças da coluna à esquerda são conhecidas tautologias clássicas envolvendo a negação. As sentenças da coluna à direita foram obtidas das à esquerda apenas pela substituição de ocorrências da forma $\neg P$ por $P \to F$, conforme nossa definição de negação. O resultado interessante é que todas as sentenças positivas da coluna à direita também são tautologias clássicas.

Nome	Tautologias Clássicas	Traduções Positivas (tautologias)	Sistema
1. Terceiro excluído	$A \vee \neg A$	$A \vee (A \to F)$	Pos + Peirce
2. Lei de Clávius	$(\neg A \to A) \to A$	$((A \to F) \to A) \to A$	
3. DeMorgan conjun – Ida	$\neg(A \wedge B) \to (\neg A \vee \neg B)$	$((A \wedge B) \to F) \to ((A \to F) \vee (B \to F))$	
4. Introd. da dupla negação	$A \to \neg\neg A$	$A \to ((A \to F) \to F)$	Pos
5. Não-contradição	$\neg(A \wedge \neg A)$	$(A \wedge (A \to F)) \to F$	
6. DeMorgan conjun – Volta	$(\neg A \vee \neg B) \to \neg(A \wedge B)$	$((A \to F) \vee (B \to F)) \to ((A \wedge B) \to F)$	
7. DeMorgan Disjunção	$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$	$((A \vee B) \to F) \leftrightarrow ((A \to F) \wedge (B \to F))$	
8. Tripla negação	$\neg\neg\neg A \leftrightarrow \neg A$	$(((A \to F) \to F) \to F) \leftrightarrow (A \to F)$	
9. Contrapositiva – Ida	$(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$	$(A \to B) \to ((B \to F) \to (A \to F))$	
10. Antilogismo – Ida	$((A \wedge B) \to C) \to ((A \wedge \neg C) \to \neg B)$	$((A \wedge B) \to C) \to ((A \wedge (C \to F)) \to (B \to F))$	
11. Modus tollens	$(\neg B \wedge (A \to B)) \to \neg A$	$((B \to F) \wedge (A \to B)) \to (A \to F)$	
12. DeMorgan conj. Com introd. da dupla negação	$(A \wedge B) \to \neg(\neg A \vee \neg B)$	$(A \wedge B) \to (((A \to F) \vee (B \to F)) \to F)$	
13. DeMorgan disjun. com introd. da dupla negação	$(A \vee B) \to \neg(\neg A \wedge \neg B)$	$(A \vee B) \to (((A \to F) \wedge (B \to F)) \to F)$	

Tabela 1

Mas nem tudo está resolvido. A aplicação de nossa definição a algumas tautologias clássicas não resulta em tautologias positivas, como mostra a tabela abaixo.

Nome	Tautologias Clássicas	Trad. Positivas (não-tautologias)	Sist.
1. Princípio da Explosão	$(A \wedge \neg A) \to B$	$(A \wedge (A \to F)) \to B$	Pos + Triv
2. Lei de Duns Scot	$\neg A \to (A \to B)$	$(A \to F) \to (A \to B)$	
3. Silogismo Disjuntivo	$((A \vee B) \wedge \neg A) \to B$	$((A \vee B) \wedge (A \to F)) \to B$	
4. Elim. da dupla negação	$\neg\neg A \to A$	$((A \to F) \to F) \to A$	Pos + EDI
5. Contrapositiva – Volta	$(\neg B \to \neg A) \to (A \to B)$	$((B \to F) \to (A \to F)) \to (A \to B)$	
6. Antilogismo – Volta	$((A \wedge \neg C) \to \neg B) \to ((A \wedge B) \to C)$	$((A \wedge (C \to F)) \to (B \to F)) \to ((A \wedge B) \to C)$	
7. Volta da Linha 12 da Tab. 1	$\neg(\neg A \vee \neg B) \to (A \wedge B)$	$(((A \to F) \vee (B \to F)) \to F) \to (A \wedge B)$	
8. Volta da Linha 13 da Tab. 1	$\neg(\neg A \wedge \neg B) \to (A \vee B)$	$(((A \to F) \wedge (B \to F)) \to F) \to (A \vee B)$	

Tabela 2

Algo interessante estes primeiros testes já mostram. Em primeiro lugar, diferentemente do que a descrição acima da motivação da definição positiva da negação poderia sugerir, ela não é uma definição da negação intuicionista. Várias tautologias clássicas que não são teoremas intuicionistas possuem traduções positivas que são tautologias clássicas (Tabela 1; Linhas 1, 2, 3) e vários teoremas intuicionistas possuem traduções positivas que não são tautologias clássicas (Tab 2; Linhas 1, 2, 3). Repare na interessante situação que temos: a tradução positiva do *terceiro excluído* (Tab 1; Lin 1) é tautologia clássica, mas a tradução positiva da *eliminação da dupla negação* (Tab 2; Lin 4) não o é. Temos aqui uma boa situação formal para estudar a diferença destes dois princípios, que muitas vezes são equivocadamente confundidos.

Em segundo lugar, as tautologias clássicas cujas traduções positivas também são tautologias (Tabela 1) se dividem em dois grupos. No primeiro (Tab 1; Lin 1, 2, 3), na coluna à esquerda estão sentenças que são teoremas clássicos, mas não são teoremas intuicionistas. As traduções positivas destas sentenças (coluna à direita) continuam sendo teoremas clássicos, mas não intuicionistas. Segundo nossos testes até o momento, todas estas traduções positivas são demonstráveis em um sistema formal constituído pelas regras da lógica proposicional positiva (*Pos*) acrescida da Regra de *Peirce* (figura 1.a). No segundo grupo (Tab 1; Lin 4 a 13), na coluna à esquerda estão alguns teoremas da lógica minimal. Suas traduções positivas são todas teoremas da lógica proposicional positiva.

Em terceiro lugar, as tautologias clássicas de sentenças cujas traduções positivas não são tautologias (Tabela 2) também se dividem em dois grupos. No primeiro (Tab 2; Lin 1, 2, 3) estão alguns teoremas intuicionistas que não são teoremas da lógica minimal. Ou seja, suas demonstrações necessariamente envolvem a regra $\perp$*-intuicionista*. As traduções positivas destas sentenças não são teoremas clássicos, mas, segundo nossos testes até o momento, são todas demonstráveis em um sistema em que a implicação é ampliada pelo acréscimo da regra de *Trivialização Restrita do Conseqüente* (*Triv*) (figura 1.b). No segundo grupo (Tab 2; Lin 4 a 8) estão alguns teoremas clássicos que não são teoremas intuicionistas. Todas estas sentenças envolvem o "apagamento" de negações. Ou seja, há uma implicação principal cujo antecedente possui fórmulas negadas e estas mesmas fórmulas ocorrem também no conseqüente, mas sem a negação. As traduções positivas destas sentenças também não são teoremas clássicos, mas, também de acordo com nossos testes, são todas demonstráveis se ampliarmos a implicação material clássica a um novo tipo de implicação que admite uma regra de *Eliminação Restrita da Dupla Implicação* (*EDI*) (figura 1.c).[3]

(***a***) Peirce: $\dfrac{\begin{matrix}[A \to F]^1 \\ A\end{matrix}}{A}\,{}^1$ (***b***) Triv: $\dfrac{A \to F}{A \to B}$ (***c***) EDI: $\dfrac{\begin{matrix}[A \to F]^1 \\ F\end{matrix}}{A}\,{}^1$

Figura 1

Há uma questão fundamental que precisa ser esclarecida logo de partida. Se utilizamos a implicação para interpretar a negação, como distinguir uma implicação que representa uma negação de uma implicação legítima? Como podemos utilizar a implicação como implicação de fato e não como negação? Mais uma vez, a resposta aqui é apenas uma breve intuição, cuja elaboração precisa também é objeto desta pesquisa. Quando analisamos acima alguns dos fatos das Tabelas 1 e 2, já utilizamos, implicitamente, esta distinção. Duas são as diretrizes básicas que distinguem uma implicação legítima de uma implicação que deve ser interpretada como negação. Em primeiro lugar, se o conseqüente de uma implicação não é atômico, então estamos diante de uma implicação legítima. Isto porque o único esquema trivial, que pode ser substituído por toda e qualquer sentença, é o esquema atômico. Esquemas não atômicos

[3] Tanto a regra (*Triv*) quanto a regra (*EDI*) precisam ser submetidas a restrições específicas com relação a F para não trivializar os sistemas.

como, por exemplo, $(B \vee C)$, só podem ser substituídos por sentenças que compartilham esta mesma forma. Em segundo lugar, se o conseqüente de uma implicação for atômico, mas possuir outras ocorrências que não sejam conseqüente de implicação, então também estamos diante de uma implicação legítima. Por exemplo, nossa definição de negação não afeta em nada a interpretação do conhecido axioma da implicação $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$. Aqui as duas implicações são legítimas, pois a primeira tem conseqüente não atômico e a segunda tem como conseqüente um esquema atômico que tem outra ocorrência na sentença como antecedente. Há uma terceira diretriz, menos fundamental que as duas anteriores, mas que a princípio estamos respeitando: cada sentença, ou cada argumento, deve ter um único esquema atômico utilizado nas definições da negação. Assim, $\neg\neg A$, por exemplo, deve ser traduzida por $(A \rightarrow B) \rightarrow B$ ou $(A \rightarrow C) \rightarrow C$, mas não por $(A \rightarrow B) \rightarrow C$, apesar de esta última forma respeitar as duas outras diretrizes. As motivações técnicas e filosóficas para estas restrições, seu detalhamento, bem como as conseqüências da adoção ou não de cada uma delas também são temas desta pesquisa.

Sobre os fatos apenas ilustrados acima temos algumas conjecturas e questões cujo estudo detalhado é objeto desta pesquisa:

(*a*) Uma primeira conjectura que nossos testes preliminares apontam e que espera por demonstração é a de que as traduções positivas de <u>todos</u> os teoremas da lógica intuicionista minimal são demonstráveis no <u>fragmento positivo</u> da lógica proposicional. Ou seja, a lógica positiva, se interpretada mediante nossa definição positiva da negação, seria um bom substituto para a lógica minimal. Teríamos, então, uma tradução da lógica minimal na lógica positiva. Em caso afirmativo, quais as conseqüências deste fato?

(*b*) Outra conjectura apontada por nossos testes é a de que o sistema composto pela lógica positiva acrescida da regra de Peirce (*Pos* + *Peirce*) seja um sistema formal que prove <u>todas e apenas</u> as traduções positivas de tautologias clássicas que continuam tautologias clássicas (sentenças como as da coluna à direita da Tabela 1). Que tipo de sistema é este? Sabemos que ele não é intuicionista, pois prova a tradução do terceiro excluído e de algumas sentenças que não são teoremas intuicionistas (Tab 1; Lin 1, 2, 3). Além disso, este sistema não prova alguns teoremas intuicionistas que não são teoremas minimais (Tab 2; Lin 1, 2, 3). É um sistema paralelo à lógica intuicionista. Também não é um dos sistemas mais conhecidos da lógica paraconsistente, uma vez que prova a não-contradição e vários outros não-teoremas do sistema paraconsistente C_1 de da Costa (Tab 1; Lin 4, 5, 6, 7-volta, 9, 10). Mas, por outro lado, não prova a tradução da eliminação da dupla negação (Tab 2; Lin 4) nem vários teoremas paraconsistentes dependentes deste axioma. O Sistema (*Pos* + *Peirce*) também é paralelo com relação à lógica paraconsistente C_1. Nem está contido em C_1 nem contém C_1.

(*c*) Mais duas conjecturas apontadas por nossos primeiros testes são as de que o sistema composto pela lógica positiva acrescida da regra de trivialização restrita do conseqüente (*Pos* + *Triv*) prove <u>todas e apenas</u> as traduções positivas dos teoremas intuicionistas; e de que o sistema composto pela lógica positiva acrescida da regra de eliminação restrita da dupla implicação (*Pos* + *EDI*) prove <u>todas e apenas</u> as traduções positivas das tautologias clássicas.

(*d*) Se as conjecturas feitas até aqui se confirmarem, as três regras da Figura 1, juntamente com a definição positiva da negação via implicação material, representariam importantes ferramentas supostamente positivas para simular a negação. Uma de nossas principais tarefas é analisar quão positivas são de fato estas ferramentas. Poderíamos fazer uma classificação de graus de positividade (ou negatividade) destas ferramentas. À primeira vista, o sistema proposicional de lógica intuicionista minimal parece, de fato, exclusivamente positivo, pois as traduções positivas de todos os seus teoremas seriam provadas na lógica proposicional positiva (*Pos*). Se houver algum grau de negatividade na lógica minimal, então esta negatividade já estaria presente no fragmento positivo da lógica clássica. Em seguida na classificação, viriam as sentenças cujas traduções positivas são tautologias clássicas (sentenças da Tabela 1). As traduções positivas destas sentenças seriam demonstráveis no sistema (*Pos* + *Peirce*). O grau de positividade deste sistema é uma questão complexa que precisa ser investigada. Por um lado, como a regra Peirce é válida classicamente mas não intuicionisticamente, sua demonstração clássica envolve necessariamente a negação. Por outro lado, a regra *Peirce* tem forma positiva e parece suficiente para provar todas as traduções positivas de teoremas clássicos que são tautologias clássicas. Uma suposição é que o caráter de negatividade (ou dependência da negação) deste sistema representaria a negatividade implícita na implicação material em um contexto clássico. Depois, com um maior grau de negatividade (e um menor grau de positividade), viriam, respectivamente, a lógica intuicionista, cujas traduções positivas seriam demonstráveis no sistema (*Pos* + *Triv*) e a lógica clássica, cujas traduções positivas seriam demonstráveis no sistema (*Pos* + *EDI*). O fato de as regras *Triv* e *EDI* não serem classicamente válidas parece conferir um caráter de menor positividade (ou maior dependência da negação) aos sistemas intuicionistas e clássicos. Estas duas regras poderiam ser acusadas de serem meros subterfúgios formais para embutir a negação na implicação material. Ainda que seja este o caso, o estudo destes sistemas pode ser bastante interessante, ao fornecer uma análise formal da negação em termos de implicação e explicitar exatamente os complementos que a implicação material precisaria possuir para cumprir todos os papéis intuicionisticamente e classicamente atribuídos à negação.

(*e*) Como se comportam as traduções positivas quando analisadas não em termos de tautologicidade clássica, mas de teoremicidade intuicionista, ou paraconsistente, por exemplo? Nossa conjectura é que nenhuma tradução positiva de um não teorema intuicionista/paraconsistente seja teorema intuicionista/paraconsistente.

(*f*) E com relação às contradições? Se ao invés de balizarmos nossas análises por listas de tautologias, o fizermos por listas de contradições, que tipo de resultados obteríamos? Por exemplo, a tradução positiva da não-contradição é tautologia clássica (Tab 1; Lin 5), mas se tomarmos a contradição clássica $(A \wedge \neg A)$, sua tradução positiva $(A \wedge (A \rightarrow F))$ não é contradição clássica. Aliás, como é sabido, não há nenhuma contradição clássica sem negação. A análise de casos deste tipo poderia ser outra fonte rica de informações em nossa pesquisa.

(*g*) Uma conjectura que ainda precisa ser demonstrada é o fato, que até agora tem se confirmado nos casos particulares já analisados, de que as traduções positivas de sentenças que não são tautologias clássicas continuam sendo não-tautologias.

(*h*) Apesar de nossa definição positiva da negação não aniquilar a implicação propriamente dita, interpretando como negação apenas certos casos especiais da implicação, algo ela faz. Faz-nos ler como negação trechos que antes líamos apenas como implicação. Será que algo essencial da implicação é perdido em nossa abordagem? Ou ao contrário, será que ao final teremos contribuído para uma melhor compreensão da própria implicação, isolando seus aspectos intrinsecamente relacionados com a negação? Uma outra conjectura nossa relacionada a esta questão é a de que as restrições que nossa definição positiva da negação impõe à implicação material têm fortes relações com as restrições impostas à implicação nos sistemas de lógica relevante. Que relações seriam estas? Poderíamos interpretar a negação como uma certa irrelevância proposicional?

(*i*) Outras definições positivas da negação podem ser feitas e comparadas com a nossa. Por exemplo, suponha que em um esquema com negação φ ocorram apenas os átomos A e B. Podemos definir a negação positivamente através da substituição de qualquer parte com a forma $\neg P$ em φ por $P \rightarrow (A \wedge B \wedge C)$, onde C é um esquema atômico novo, que não ocorre em φ . Ou seja, a negação pode ser definida positivamente como uma implicação cujo conseqüente é a conjunção de todos os átomos que ocorrem na sentença e mais um átomo novo. As traduções positivas segundo esta definição de todas as sentenças das Tabelas 1 e 2 acima são tautologias clássicas. Então, por um lado, em um certo sentido, esta definição parece mais próxima da negação do que a nossa. Mas por outro lado, não temos nenhum palpite sobre qual o sistema formal positivo que provaria todas as tautologias positivas obtidas por esta definição. Quais as outras vantagens e desvantagens desta definição com relação à nossa abordagem? De que maneira esta definição já foi tratada na literatura? Que outras definições supostamente positivas da negação poderíamos encontrar e comparar com nossa abordagem original?

(*j*) Como já apontado, o estudo da negação não é um tópico novo. Há na literatura lógica diversos trabalhos propondo sistemas sem negação. Há por exemplo os trabalhos **Vredenduin(1953)**, **Gilmore(1953b)**, **Valpola(1955)**, **Nelson(1966, 1973)**, **Krivtsov(2000)**. Todos estes trabalhos foram influenciados pelas sugestões de **Griss(1946, 1950, 1951a, 1951b)** sobre a necessidade de se produzir matemáticas intuicionistas sem negação. Griss analisou algumas dificuldades filosóficas que a negação acarretava para a perspectiva intuicionista da matemática e influenciou a pesquisa em sistemas de lógica intuicionista sem negação. **Mints(2006)** menciona, inclusive, um conjunto de trabalhos sobre o tratamento da negação na *escola construtivista russa*. A perspectiva destes artigos, no entanto, é bastante diversa da nossa. Ao invés de simular positivamente a negação através da implicação, o que estes autores buscaram foi, ao contrário, apagar da implicação qualquer rastro que lhe desse alguma característica negativa, para só então, a partir destes sistemas com implicação restrita, produzir teorias matemáticas absolutamente sem negação. No lugar de procurar pelo aspecto negativo escondido nos conectivos positivos da lógica, como estamos propondo, estes autores buscaram extirpar dos conectivos positivos qualquer traço negativo que eles pudessem possuir. O fato de eles não terem conseguido produzir sistemas de matemática intuicionista sem negação através apenas do fragmento positivo da lógica intuicionista, mas de terem sido obrigados a enfraquecer este fragmento modificando o comportamento da implicação material, já é um indício de que talvez estejamos no caminho certo, quando tentamos definir a negação via implicação. Um interessante tema para investigação é estudar como se relacionam as nossas restrições para que uma implicação seja implicação de fato, e não negação, com as restrições impostas à implicação estritamente positiva de alguns destes sistemas.

(*k*) Há também outros tipos de trabalhos sobre a negação na literatura lógica, como por exemplo os que foram publicados em **Gabbay & Wansing(1999)**, a análise feita em **Marcos(2005a)** ou a tese de doutorado de **Sanz(2006)**. Muitos destes trabalhos partem de uma perspectiva semântica, analisando e comparando as diversas interpretações semânticas para a negação em diversos sistemas de lógicas clássica e não clássicas diferentes. Alguns, como **Sanz(2006)** ou como **Tennant(1999)** e **Wansing(1999)**, estes dois últimos publicados em **Gabbay & Wansing(1999)**, compartilham conosco a abordagem da negação sob a perspectiva da Teoria da Prova. Apesar de tratarem inclusive de sistemas sem negação, nenhum deles utiliza a nossa perspectiva de simulações positivas da negação. **Tennant(1999)** e **Sanz(2006)**, por exemplo, procuram simular a negação estruturalmente nos sistemas, mesclando regras de dedução com regras de não-dedução. Até onde conhecemos, há pelo menos uma originalidade de método em nossa abordagem. Se esta originalidade metodológica nos levará a novos esclarecimentos sobre a negação, ou se não avançaremos para além do que outros já fizeram através de outras abordagens, é algo que está no escopo desta pesquisa. Ou seja, pretendemos fazer uma análise comparativa de nossos resultados com alguns trabalhos conhecidos da literatura.

JUSTIFICATIVA

Há várias justificativas para um estudo analítico da negação em sistemas formais. De um modo geral, um tal estudo se justificaria por contribuir para o aumento na compreensão da negação e de como ela é utilizada e interpretada nos sistemas lógicos. Mais especificamente, os que se dedicam ao estudo da Teoria da Prova conhecem as inúmeras dificuldades, e muitas vezes restrições, que as regras para a constante $\perp$ impõem às provas de teoremas de normalização e outras importantes propriedades estruturais de derivações. Sistemas sem negação, que evitassem regras de tratamento estrutural complicado, poderiam ser úteis para estender e ampliar resultados de normalização. Outra justificativa no âmbito da Teoria da Prova está no estudo da identidade de provas. Uma importante conjectura sobre quando duas derivações seriam idênticas esbarra no inconveniente problema de que qualquer teorema proposicional intuicionista da forma $\neg A$ teria, segundo esta conjectura, provas idênticas. Se conseguirmos uma interpretação plausível para a lógica intuicionista sem negação, poderíamos dar uma resposta interessante a este problema. Pode-se também evocar questões computacionais. A negação e seu tratamento semântico também costumam representar problemas em importantes questões de programação lógica, métodos de verificação de algoritmos, provadores automáticos de teoremas e sistemas de inteligência artificial em geral.

OBJETIVO GERAL DO PROJETO

O objetivo geral do projeto é investigar a possibilidade de simular positivamente a negação em sistemas formais de lógica e avaliar o sucesso e o caráter positivo destas simulações, com o intuito de ampliar a compreensão da negação enquanto operação racional passível de formalização em sistemas lógicos. Trata-se de um estudo filosófico sobre a negação cujas análises se inserem na tradição lógica da Teoria da Prova.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROJETO

Testar as conjecturas e abordar as questões apresentadas nos itens (*a*) a (*k*) apresentados na descrição geral acima.

ATIVIDADES PREVISTAS

1º Seminário de Pesquisa
Descrição: analise da interpretação das lógicas minimal, intuicionista e clássica mediante a nossa definição positiva da negação.

2° Seminário de Pesquisa
Descrição: estudo comparativo entre os sistemas (*Pos+Peirce*), (*Pos+Triv*) e (*Pos+EDI*) e as conhecidas lógicas intuicionista, paraconsistentes e relevantes.

Workshop

Descrição: reunião de pesquisadores com o objetivo de discutir os aspectos lógico-filosóficos de diferentes abordagens sobre a negação, sobretudo os nossos resultados do estudo em questão.

RESULTADOS ESPERADOS

1. Uma tradução da Lógica Intuicionista Minimal em seu fragmento positivo.
2. A introdução e o estudo metalógico de uma nova lógica proposicional que seria, em termos de poder dedutivo, subsistema da lógica clássica e paralela à lógica intuicionista e às lógicas paraconsistentes C_n de da Costa. Tal sistema seria obtido pelo fragmento positivo da lógica clássica acrescido da regra (*Peirce*) e pela definição positiva da negação.

3. Uma tradução da Lógica Proposicional Intuicionista em um sistema obtido de seu fragmento positivo pelo acréscimo de uma regra de trivialização restrita do conseqüente (*Triv*).
4. Uma tradução da Lógica Proposicional Clássica em um sistema obtido de seu fragmento positivo pelo acréscimo de uma regra de eliminação restrita da dupla implicação (*EDI*).
5. Avanço na análise formal do conceito de negação mediante a avaliação metalógica, conceitual e comparativa dos sistemas e traduções descritos nos itens anteriores, com algumas lógicas conhecidas, tais como as lógicas clássica, intuicionista, lógicas paraconsistentes e relevantes.

RECURSOS SOLICITADOS

1. Passgens aéreas:
Uma passagem Rio — Natal — Rio
Uma passagem São Paulo — Natal — São Paulo
Uma passagem Goânia — Natal — Goiânia

2. Diárias:
20 diárias que serão utilizadas pelos pesquisadores visitantes durante os seminários e o workshop.

3. Material Bibliográfico.

4. Material de Consumo.

5. Material Permanente:
Um projetor multimídia EPSON LITE S4.
Uma impressora Laser HP 1020

REFERÊNCIAS BÁSICAS

ALVES, D. D. P. *Normalização Forte via Ordinal Natural.* 405 f. Tese de Doutorado. – Universidade Estadual de Campinas. Orientadora: Ítala Maria Loffredo D'Ottaviano, 1999.

ALVES, D. D. P. & SANZ, W. "Denial, Relevance and Information: studying denial and absurdity through the concepts of irrelevant implication and information totality". Conferência apresentada em: *Natural Deduction Rio 2001*. Rio de Janeiro, 2001.

ANDERSON, A. R. & BELNAP, N. D., Jr. *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity.* Vol I. Princeton: Princeton University Press, 1975.

da COSTA, N.C.A. "On the Theory of Inconsistent Formal Systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 15, No. 4, pp. 497-510, 1974.

da COSTA, N.C.A. and Alves, E.H. "Semantical Analysis of the Calculi Cn", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 18, No. 4, pp. 621-630, 1977.

van DALEN, D. "Intuitionistic Logic". In: *Handbook of Philosophical Logic, Vol. III*, D. Gabbay & Günthener, F, eds., (D. Reidel, Dordrecht), 225 – 340, 1986.

DUNN, J. M. "Relevant Logic and Entailment". In: *Handbook of Philosophical Logic*, *Vol III*, D. Gabbay and F. Guenthener, eds., (D. Reidel, Dordrecht), 117 – 224, 1984.

GABBAY, D. M. & WANSING, H. (ed) *What is Negation?* Dordrecht: Kluwer, 1999.

GILMORE, P. C. G. '"Griss" Criticism of the Intuitionistic Logic and the Theory of Order'. In: *Proceedings of the XIth International Congress of Philosophy, August 20–26, 1953, Brussels*, North-Holland, Amsterdam, pp. 98–104, 1953a.

GILMORE, P. C. G. 'The Effect of Griss' Criticism of the Intuitionistic Logic on Deductive Theories Formalized Within the Intuitionistic Logic', *Indagationes Mathematicae* **15**, 162–186, 1953b.

GRISS, G. F. C. 'Negationless Intuitionistic Mathematics', *Indagationes Mathematicae* **8**, 675–681, 1946.

GRISS, G. F. C. 'Negationless Intuitionistic Mathematics II', *Indagationes Mathematicae* **12**, 108–115, 1950.

GRISS, G. F. C. 'Negationless Intuitionistic Mathematics III', *Indagationes Mathematicae* **13**, 193–200, 1951a

GRISS, G. F. C. 'Negationless Intuitionistic Mathematics IVa, IVb', *Indagationes Mathematicae* **13**, 452–462, 463–471, 1951b.

HEYTING, A. 'G. F. C. Griss and His Negationless Intuitionistic Mathematics', *Synthese* **9**, 91–96, 1954.

KRIVTSOV, V. N. 'A Negationless Interpretation of Intuitionistic Theories'. *Erkenntnis* **53**, 155–172, 2000.

LÓPEZ-ESCOBAR, E. J. K. 'Constructions and Negationless Logic', *Studia Logica* **30**, 7–19, 1972.

MARCOS, J. "On negation: Pure local rules". *Journal Of Applied Logic*, v. 3, n. 1, p. 185-219, 2005a.

MARCOS, J. *Logics of Formal Inconsistency*. 304 f. Tese de Doutorado. — Universidade Estadual de Campinas. Orientador: Walter Alexandre Carnielli, 2005b.

MEDEIROS, M. da P. N. *Traduções via Teoria da Prova: aplicações à lógica linear*. Natal: Ed. UFRN, 2002.

MINTS, G. "Notes on Constructive Negation". *Synthese*, **148**, 701—717, 2006.

NELSON, D. 'Non-Null Implication', *The Journal of Symbolic Logic* **31**, 562–572, 1966

NELSON, D. 'A Complete Negationless System', *Studia Logica* **32**, 41–49, 1973.

PRAWITZ, D. *Natural deduction*. Stockholm: Almqvist & Wiksel, 1965.

PRAWITZ, D. & MALMNÄS, P. E. "A survey of some connections between classical, intuitionistic and minimal logic". In: SCHNDT, H. *Contributions to mathematical logic*. Amsterdam: North-Holland, 1968, p. 215-299.

SANZ, W. *Uma investigação acerca das regras para a negação e o absurdo em Dedução Natural*. 498 f. (Tese de Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, . *Orientador*: Marcelo Esteban Coniglio, 2006.

TENNANT, N. "Negation, Absurdity and Contrariety". In: Gabbay, D. M. & Wansing, H. (ed) *What is Negation?* Dordrecht: Kluwer, (199—222), 1999.

TROELSTRA, A. S. & van DALEN, D. *Constructivism in Mathematics.* Vol I. Amsterdan: North-Holland, 1988.

VALPOLA, V. 'Ein System der negationslosen Logik mit ausschliesslich realisierbaren Prädicaten', *Acta Philosophica Fennica* **9**, 1–247, 1955.

VREDENDUIN, P. C. J. 'The Logic of Negationless Mathematics', *Compositio Mathematica* **11**, 204–277, 1953.

WANSING, H. "Negation as Falsity: a Reply to Tennant". In: Gabbay, D. M. & Wansing, H. (ed) *What is Negation?* Dordrecht: Kluwer, (223—238), 1999.