
Lógica - FIL0103

Apostila

**Tradução Livre Resumida
da 1^a Parte do Livro**

**Introduction to Logic
de H. J. Gensler**

UFRN - Natal

1.1 Lógica

- A Lógica trata de raciocínios – sobre como, a partir de certos dados (premissas) chegar a uma conclusão.
- A lógica pode ser definida como a análise crítica de argumentos. Com a lógica tentamos clarificar os raciocínios, separando os bons raciocínios dos maus.
- Nesta disciplina examinaremos muitos raciocínios filosóficos dos mais variados tópicos como o livre arbítrio, o determinismo, a existência de Deus e a natureza da moralidade.
- Mas também examinaremos raciocínios sobre muitos outros tópicos, desde os mais corriqueiros como viagens de férias, futebol, até assuntos mais sérios como poluição e decisões judiciais.
- A intenção é que você veja a lógica não como um mero jogo de símbolos, mas como uma ferramenta útil para clarificar e avaliar nossos raciocínios, sejam eles sobre assuntos corriqueiros do dia a dia, ou sobre questões mais profundas.
- **Por que Estudar Lógica?**
 1. Primeiro, por incrível que pareça, a lógica pode ser agradável. Fazer lógica é parecido com resolver um quebra-cabeças. A lógica vai desafiar seus processos de pensamento de muitas maneiras novas, e seu rigor e clareza poderão te fascinar.
 2. Segundo, a lógica pode melhorar sua compreensão filosófica. As questões que a filosofia propõe são extremamente profundas, tais como "Temos de fato livre-arbítrio?", "Podemos provar ou refutar a existência de Deus?", "Como pode ser justificada uma certa crença moral?". O método filosófico de tratamento destas questões é racional. Envolve raciocínio e inferência. Se você não souber lógica, jamais poderá compreender com profundidade as diversas abordagens filosóficas a estas questões.
 3. Por fim, a lógica pode melhorar suas habilidades analíticas gerais. Você vem a vida toda raciocinando sobre as coisas, tirando certas conclusões, fazendo escolhas,... agora pode ser a primeira vez em que você vai parar para pensar sobre o próprio ato de raciocinar e tentar melhorar esta sua habilidade. A prática lógica será útil para qualquer área em que o raciocínio esteja envolvido: direito, medicina, finanças, arte (por que não?), jardinagem,...
- Esta "apostila" está repleta de exercícios. Encare-os como quebra-cabeças que foram especialmente desenvolvidos para ajudá-lo a pensar com mais clareza, com mais lógica.
- Aprender lógica é muito semelhante a aprender a, por exemplo, tocar um instrumento musical, ou a aprender uma língua estrangeira.
 - Ninguém (exceto talvez alguns gênios) aprende a tocar piano se não sentar à frente do piano e praticar um MONTE de exercícios. Para aprender a tocar piano a prática é fundamental.
 - Da mesma forma, ninguém aprende bem uma língua estrangeira se não praticar. Se não fizer muitos exercícios para aprender a gramática e o significado das palavras.
 - Com a lógica se dá o mesmo. Você não vai aprender lógica se não fizer muitos exercícios, se não praticar. Tentar resolver os exercícios é mais importante até do que ler o texto!

Pré-Teste de Lógica

Marque a conclusão que se segue das premissas. Utilize apenas a informação dada. O objetivo deste pré-teste é mostrar-lhe sobre o que é a lógica. Não vale nota, nem serve para verificar quão bom você é em lógica.

1. Alguns habitantes das cavernas usam fogo. Todos que usam fogo têm inteligência. Portanto:
 - (a) Todos os habitantes das cavernas têm inteligência.
 - (b) Todos que têm inteligência usam fogo.
 - (c) Alguns habitantes das cavernas têm inteligência.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
2. Se você dormir demais, você se atrasa. Você não está atrasado. Portanto:
 - (a) Você dormiu demais.
 - (b) Você não dormiu demais.
 - (c) Você está atrasado.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
3. Ninguém que tenha seguro de vida é fiador. José não tem seguro de vida. Portanto:
 - (a) José é fiador.
 - (b) José não é fiador.
 - (c) José é inocente.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
4. Nenhum tribunal que oculta evidências é imparcial. Alguns tribunais sujeitos a pressão política ocultam evidências. Portanto:
 - (a) Alguns tribunais sujeitos a pressão política não são imparciais.
 - (b) Nenhum tribunal sujeito a pressão política é imparcial.
 - (c) Alguns tribunais sujeitos a pressão política são imparciais.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
5. Se você dormir demais, você se atrasa. Você não dormiu demais. Portanto:
 - (a) Você está atrasado.
 - (b) Você não está atrasado.
 - (c) Você dormiu demais.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
6. Toda revolução é a quebra de um acordo. Algumas quebra de acordos causam instabilidade financeira. Portanto:
 - (a) Algumas revoluções causam instabilidade financeira.
 - (b) Algumas revoluções não causam instabilidade financeira.
 - (c) Todas as quebras de acordo causam instabilidade financeira.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
7. Qualquer um que acabou de perder muito sangue está prestes a desmaiar. Ninguém que esteja prestes a desmaiar é um motorista seguro. Portanto:
 - (a) Todos que acabaram de perder muito sangue são motoristas seguros.
 - (b) Ninguém que acabou de perder muito sangue é um motorista seguro.
 - (c) Todos os motoristas seguros acabaram de perder muito sangue.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
8. Se há conhecimento, então ou algumas coisas são conhecíveis sem prova ou conseguimos demonstrar todas as premissas por argumentos anteriores, infinitamente. Não conseguimos demonstrar todas as premissas por argumentos anteriores, infinitamente. Há conhecimento. Portanto:
 - (a) Tudo que é conhecível é demonstrável.
 - (b) Não há conhecimento.
 - (c) Algumas coisas são conhecíveis sem demonstração.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
9. Ninguém que deseja ajudar ao próximo reluta em fazer sacrifícios. Alguns masoquistas não relutam em fazer sacrifícios. Portanto:
 - (a) Alguns masoquistas desejam ajudar ao próximo.
 - (b) Alguns masoquistas não desejam ajudar ao próximo.
 - (c) Todos os masoquistas desejam ajudar ao próximo.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.
10. Apenas usuários de linguagem fazem generalizações. Não há animais que utilizam linguagem. Pelo menos alguns animais raciocinam. Portanto:
 - (a) Nem todos os seres que raciocinam fazem generalizações.
 - (b) Apenas seres que raciocinam fazem generalizações.
 - (c) Nenhum ser que raciocina faz generalizações.
 - (d) Nenhuma das alternativas anteriores.

1.2 Argumentos Válidos

- Cada questão do Pré-teste de lógica apresenta algumas informações (**premissas**) e pergunta qual é a conclusão que se segue necessariamente destas informações.
- Os problemas são fáceis, mas a maioria dos alunos costuma errar metade deles. Vejamos dois destes problemas:

Se você dormir demais, você se atrasará. Você não está atrasado. Portanto:

- (a) Você dormiu demais.
- (b) Você não dormiu demais.
- (c) Você está atrasado.
- (d) Nenhuma destas alternativas se segue.

Se você dormir demais, você se atrasará. Você não dormiu demais. Portanto:

- (a) Você está atrasado.
- (b) Você não está atrasado.
- (c) Você dormiu demais.
- (d) Nenhuma destas alternativas se segue.

- A maioria dos estudantes acerta o primeiro problema mas erra o segundo, marcando a letra (b).
- "Você não está atrasado" não se segue necessariamente das premissas, porque você poderia estar atrasado por outro motivo. Talvez o ônibus tenha quebrado.
- Sem treino, nossa intuição lógica não é muito confiável. Mas ela pode ser desenvolvida. Nesta disciplina sua intuição lógica será bastante desenvolvida. Além disso, você aprenderá muitas técnicas para testar argumentos.

ARGUMENTO: um argumento é um conjunto de sentenças em que uma delas é chamada de **conclusão** e as outras de **premissas**.

- Normalmente as premissas dão evidências (justificam) a conclusão.
- Os argumentos são a representação em palavras (linguagem) de um raciocínio.

- Veja o exemplo de um **argumento válido** (" \therefore " significa *portanto*):

Se você dormir demais, você se atrasará.

Você não está atrasado.

\therefore *Você não dormiu demais.*

ARGUMENTO VÁLIDO: um argumento é válido se for contraditório (impossível) que suas premissas sejam todas verdadeiras e sua conclusão falsa.

- Quando dizemos que um argumento é válido, não estamos afirmando que suas premissas são verdadeiras. Afirmamos apenas que sua conclusão **se segue** das premissas. Ou seja:
 - Se as premissas forem todas verdadeiras, então a conclusão tem que ser verdadeira.
- Nesta definição de argumento válido assumimos implicitamente que não há mudança no significado ou referência dos termos (palavras) que utilizamos nos argumentos. Eles são fixos.
 - Ou seja, estamos assumindo que "dormir demais", "atrasar" e "você" são utilizados com o mesmo significado em todo o argumento.

FORMA LÓGICA: nosso argumento é válido por causa de sua *forma lógica*, ou seja, por causa do arranjo das noções lógicas (como "se-então" e "não") e das frases componentes (como "Você dormir demais" e "Você está atrasado")

- Podemos exibir a forma de um argumento utilizando palavras ou símbolos para as noções lógicas, e letras para o conteúdo das frases:

<i>Se você dormir demais, você se atrasará.</i>	Se A então B	<u>Válido</u>
<i>Você não está atrasado.</i>	Não B	
\therefore <i>Você não dormiu demais.</i>	\therefore Não A	

- Nosso argumento é válido porque sua forma é válida. Qualquer outro argumento com a mesma forma será válido também.
- Ou seja, se construirmos um outro argumento apenas substituindo "A" e "B" por outras sentenças, o argumento obtido também será válido. Vejamos um exemplo:

<i>Se você está na França, você está na Europa.</i>	Se A então B	<u>Válido</u>
<i>Você não está na Europa.</i>	Não B	
\therefore <i>Você não está na França.</i>	\therefore Não A	

- A lógica estuda as formas de raciocínio e inferência. O conteúdo pode ser qualquer um: viagens de turismo, matemática, culinária, física, ética, ou qualquer coisa.
- Quando você aprende lógica, você aprenderá ferramentas de raciocínio que podem ser aplicadas a **qualquer assunto**.
- Vejamos agora o segundo argumento do exemplo:

<i>Se você dormir demais, você se atrasará.</i>	Se A então B	<u>Inválido</u>
<i>Você não dormiu demais.</i>	Não-A	
\therefore <i>Você não está atrasado.</i>	\therefore Não-B	

- Repare que a diferença entre a forma lógica do primeiro e do segundo argumento é que no primeiro argumento a segunda premissa nega a segunda parte (B) da sentença "se-então", enquanto que no segundo argumento, a segunda premissa nega a primeira parte da sentença "se-então" (A).
- Esta pequena diferença é suficiente para modificar o caráter de validade ou invalidade do argumento. Intuitivamente, você poderia estar atrasado por alguma outra razão.
- Do mesmo modo, no argumento seguinte, que tem a mesma forma deste segundo argumento inválido, você poderia estar na Europa porque está na Itália e não na França.

<i>Se você está na França, você está na Europa.</i>	Se A então B	<u>Inválido</u>
<i>Você não está na França.</i>	Não-A	
\therefore <i>Você não está na Europa</i>	\therefore Não-B	

1.3 Argumentos Corretos

- Os lógicos distinguem argumentos *válidos* de argumentos *corretos*.

- Um argumento é **válido** quando não é possível (é contraditório) que suas premissas sejam todas verdadeiras e sua conclusão falsa.
- Um argumento é **correto** quando for válido e, além disso, todas as suas premissas forem de fato verdadeiras.

- Chamar um argumento de válido, não diz nada se suas premissas são verdadeiras ou não. Mas afirmar que um argumento é correto é dizer que ele é válido (a conclusão se segue das premissas) e que ele tem premissas verdadeiras.
- Vejam um exemplo de argumento correto:

Válido e com premissas verdadeiras	→	<i>Se você está lendo estas sentenças, você não é analfabeto.</i>
		<i>Você está lendo estas sentenças.</i>
	∴	<i>Você não é analfabeto.</i>

- Quando queremos provar (demonstrar) uma conclusão, buscamos apresentar um argumento correto. Devemos, então nos certificar de duas coisas:
 - (a) que todas as nossas premissas são verdadeiras;
 - (b) que nossa conclusão se segue de nossas premissas.
- Se temos estas duas coisas, então a nossa conclusão **tem que** ser verdadeira.
- A conclusão de um argumento correto é sempre verdadeira.
- Há dois motivos diferentes para um argumento ser incorreto:
 - (a) ele pode ter uma premissa falsa, ou
 - (b) ele pode ser inválido:

<u>Primeira premissa é falsa:</u> <i>Todos os lógicos são milionários.</i> <i>Daniel é um lógico.</i> ∴ <i>Daniel é um milionário.</i>	<u>Conclusão não se segue das premissas:</u> <i>Todos os milionários comem bem.</i> <i>Daniel come bem.</i> ∴ <i>Daniel é um milionário.</i>
---	---

- Quando criticamos o argumento de um oponente em um debate, tentamos mostrar que ele é *incorreto*, ou porque (a) tem uma premissa falsa, ou porque (b) a conclusão não se segue das premissas.
 - Se o argumento tem uma premissa falsa, ou é inválido, então nosso oponente não provou (justificou) a conclusão.
 - Mas mesmo assim, a conclusão pode ainda ser verdadeira, e nosso oponente pode, mais tarde, encontrar um argumento melhor para justificá-la (José é inocente)

- Uma coisa é refutar um argumento, mostrando que ele não é correto. Outra coisa bem diferente é provar que sua conclusão é falsa.
 - Mostrar que determinado argumento é incorreto, apenas comprova que a conclusão não está bem justificada pelas premissas apresentadas. Mas ela ainda pode ser verdadeira.
- Para mostrar que determinado ponto de vista (sentença) é falso não basta refutarmos um argumento que tenha esta sentença como conclusão. Precisamos inventar um argumento correto que mostre a falsidade da sentença.

EXEMPLO: Tomas de Aquino e a Não-Existência de Deus

- Um argumento, especialmente em filosofia, leva a outros argumentos.
- Considere o seguinte argumento que Tomás de Aquino mencionou com objetivo de provar que ele é incorreto:

A crença de que há um Deus é desnecessária para explicar nossa experiência.
Todas as crenças desnecessárias para explicar nossa experiência devem ser rejeitadas.
 ∴ *A crença de que há um Deus deve ser rejeitada.*

- Este argumento é válido. A conclusão se segue das premissas. Mas serão verdadeiras as premissas?
- Tomás de Aquino poderia ter rejeitado a segunda premissa como auto-contraditória:
 - É esta premissa, ela própria, necessária para explicar nossa experiência?
- Mas ao invés disso, ele rejeitou a primeira premissa, apresentando outros argumentos para mostrar que a crença em Deus é necessária para explicar nossa experiência (do movimento, da causalidade, ...). Será que estes outros argumentos de Tomás de Aquino são corretos?
 - Neste ponto, devemos deixar o debate para a Filosofia da Religião.
 - A lógica, no entanto, pode clarificar a discussão. Ela pode nos ajudar a expressar claramente os raciocínios, para determinar se a conclusão se segue ou não das premissas, e para que nos foquemos nas premissas chave que devem ser defendidas ou criticadas.
- A lógica, embora não resolva ela própria as questões substantivas postas pela Filosofia ou demais áreas, nos dá ferramentas intelectuais para que raciocinemos melhor sobre tais assuntos.

QUESTÃO DE TERMINOLOGIA: Válido-Inválido x Verdadeiro-Falso

- Os adjetivos *verdadeiro* e *falso* são usados para qualificar **sentenças**, não argumentos.
- Os adjetivos *válido* e *inválido* são usados para qualificar **argumentos**, não sentenças.

- A Lógica Silogística estuda argumentos cuja validade depende das palavras "todo", "nenhum", "algum", e noções similares. Este ramo da lógica é estudado desde Aristóteles, que o desenvolveu.

2.1 Primeiras Traduções

- Criaremos uma **linguagem silogística** formal, com regras precisas para construir argumentos e testar sua validade.
- Esta linguagem silogística nos ajudará a testar a validade de argumentos em português.
- Veja como um argumento é traduzido para nossa linguagem formal:

Todos os lógicos são elegantes.		todo L é E
Daniel é um lógico.	→	d é L
∴ Daniel é elegante.		∴ d é E

- **LETRAS MAIÚSCULAS:** serão usadas para categorias gerais (tais como "lógicos", "seres humanos", "mortais", ...).
- **LETRAS MINÚSCULAS:** serão usadas para indivíduos específicos (tais como "Daniel", "Sócrates", ...).
- **PALAVRAS:** há 5 palavras em nossa linguagem:

todo -- nenhum -- algum -- é -- não

- As sentenças desta linguagem são chamadas de *fbf* (fórmulas-bem-formadas).¹
- *Fbfs* são sentenças com qualquer uma das oito formas abaixo, onde as letras maiúsculas e minúsculas podem ser quaisquer outras:

todo A é B	algum A é B	x é A	x é y
nenhum A é B	algum A não é B	x não é A	x não é y

- Alguns exemplos de sentenças:

- **Fbfs:** todo P é C g é L algum P não é Q
- **Incorretas:** todo p é c G é L Não todo P é Q

¹ *wff* em inglês, de *well formed formula*.

- Há duas regras para construção de *fbfs* que nos ajudam a decidir quando devemos utilizar letras maiúsculas ou minúsculas.

Fbfs que começam com palavra (não com letra) devem ter duas letras maiúsculas:

certo: todo P é C
errado: todo p é c

Fbfs que começam com letra (não com palavra) começam com letra minúscula:

certo: g é C
errado: G é C

- Se uma *fbf* começa com letra minúscula, então a segunda letra pode ser minúscula ou maiúscula. Ou seja, "a é B" e "a é b" são ambas *fbfs*. O sentido do termo é que decidirá que tipo de letra usar netes caso.
- Quando usar maiúsculas ou minúsculas?

LETRAS MAIÚSCULAS: use para **termos gerais** (termos que descrevem uma categoria)

B = um bebê bonito (*um tal e tal*)
 C = charmoso (*adjetivo*)
 D = dirige um opala (*verbo*)

Termos Gerais: "um tal e tal", adjetivos e verbos.

LETRAS MINÚSCULAS: use para **termos singulares** (termos que se referem a uma pessoa ou coisa *específica*):

b = o bebê mais bonito do mundo (*o tal e tal*)
 c = esta criança (*este/aquele tal e tal*)
 d = Daniel (*nomes próprios*)

Termos Singulares: "o tal e tal", "este/aquele tal e tal" e nomes próprios.

- De acordo com estas regras, as seguintes traduções estão corretas:

Daniel é um bebê bonito = d é B
 Daniel é o bebê mais bonito do mundo = d é b

- Seja consistente quando traduzir termos do português para a linguagem formal da lógica. Use a mesma letra para a mesma idéia e letras diferentes para idéias diferentes.
- Não importa que letra você escolhe para cada idéia, desde que se mantenha firme em sua escolha.
 - "uma criança bonita" pode ser B ou C ou qualquer letra maiúscula.
 - Para facilitar, utilize letras que ajudem você a lembrar das idéias em português que elas traduzem.
- **SINGULAR E PLURAL:** As palavras de nossa linguagem formal estão todas no **singular**. Sentenças escritas no plural, devem ser transformadas para o singular, para serem traduzidas. Assim traduzimos:

Todos os homens são mortais	=	Todo homem é mortal	=	todo H é M
Alguns italianos são antipáticos	=	Algum italiano é antipático	=	algum I é A
Alguns políticos não são honestos	=	Algum político não é honesto	=	algum P não é H

- **VERBO SER:** todas as *fbfs* da lógica silogística são feitas com o verbo "ser". Sentenças em português com outros verbos devem ser parafraseadas (reescritas) de modo a terem o verbo "ser" como verbo principal. Assim, traduzimos:

<p>Todos os cachorros latem</p> <p>= Todos os cachorros são <i>latidores</i></p> <p>= Todo cachorro é <i>latidor</i></p> <p>= todo C é L</p>
--

<p>José saiu da sala</p> <p>= José é uma pessoa que saiu da sala</p> <p>= j é S</p>
--

- Repare, no segundo exemplo que "pessoa que saiu da sala" é uma letra maiúscula, porque mais de uma pessoa pode ter saído da sala.

EXERCÍCIO 2.1a

Quais dos itens abaixo são *fbfs*?

Exemplo:

<p>todo c é D → Não é uma <i>fbf</i> pois nas <i>fbfs</i> as duas letras depois de "todo" devem ser letras maiúsculas.</p>
--

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. nenhum e é f | 6. p não é Q |
| 2. g é H | 7. R não é S |
| 3. j é K | 8. não todo T é U |
| 4. todo M não é Q | 9. algum X não é Y |
| 5. algum L é m | |

EXERCÍCIO 2.1b

Traduza estas sentenças do português para *fbfs* da linguagem silogística formal.

Exemplo:

<p>João saiu da sala → j é S</p>

- | | |
|--|---|
| 1. Isto é uma sentença. | 9. Amazonas é um estado. |
| 2. Esta não é a primeira sentença. | 10. Amazonas é o maior estado. |
| 3. Nenhum positivista lógico acredita em Deus. | 11. Fábio é meu único irmão. |
| 4. O livro em sua mesa é verde. | 12. Fábio vive em São José dos Campos. |
| 5. Todos os cachorros odeiam gatos. | 13. A idéia do bem é ela própria boa. |
| 6. Kant é o maior filósofo de todos. | 14. Todos os jogadores do Alecrim são inteligentes. |
| 7. Jaqueline nasceu em Mossoró. | 15. O time do Alecrim é extraordinário. |
| 8. Mossoró é a cidade natal de Jaqueline. | 16. Sofia é a esposa de Celso. |

2.2 O Teste Estrela

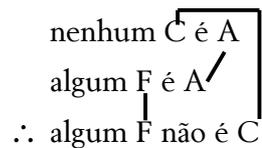
- De modo bem geral, um silogismo é um argumento escrito com *fbfs* da linguagem silogística que acabamos de definir.
- Veja um argumento em português e sua tradução para um silogismo:

Nenhum cristão é ateu	nenhum C é A
Alguns filósofos são ateus	algum F é A
∴ Alguns filósofos não são cristãos	∴ algum F não é C

SILOGISMO: um silogismo é uma seqüência vertical de uma ou mais *fbfs* na qual cada letra ocorre exatamente duas vezes e as letras formam uma cadeia, ou seja:

- Cada *fbf* tem pelo menos uma letra em comum com a *fbf* exatamente abaixo dela, se houver alguma, e a primeira *fbf* tem pelo menos uma letra em comum com a última *fbf*.

- O seguinte diagrama mostra como as letras do silogismo acima formam uma cadeia:



- A última *fbf* em um silogismo é a **conclusão**. Todas as outras *fbfs* são as **premissas**.
- Veja mais três exemplos de silogismos:

a é C		
b não é C	algum G é F	
∴ a não é b	∴ algum F é G	∴ todo A é A

- O terceiro exemplo é um silogismo sem premissa. Um silogismo sem premissa é válido se e somente se for impossível para a sua conclusão ser falsa.
- Antes de apresentarmos o teste estrela para a validade dos silogismos, precisamos de aprender um termo técnico:

LETRA DISTRIBUIDA: uma letra é **distribuída** em uma *fbf* se ela for a primeira letra que ocorre depois da palavra "todo" ou de "não é", ou se for qualquer das letras que ocorre em uma *fbf* que comece com "nenhum".

- As letras distribuídas das *fbfs* abaixo são as que estão sublinhadas:

todo <u>A</u> é B	algum A é B	x é A	x é y
nenhum <u>A</u> é <u>B</u>	algum A não é <u>B</u>	x não é <u>A</u>	x não é y

- Repare que as letras distribuídas, de acordo com nossa definição são:
 - A primeira letra depois de "todo" é distribuída, mas não a segunda.
 - Ambas as letras depois de "nenhum" são distribuídas.
 - A letra depois de "não é" é distribuída.
- Podemos agora aprender o teste estrela para a validade de silogismos. O teste vai a primeira vista parecer um truque estranho, mas funciona e é rápido.
- É melhor, por enquanto, apenas aprender a usá-lo, sem se preocupar em entender por que ele funciona.

TESTE ESTRELA: Marque com uma estrela (*) as letras *distribuídas* das premissas e as letras *não distribuídas* da conclusão. O silogismo é **VÁLIDO** se e somente se cada letra maiúscula estiver marcada exatamente uma vez e há exatamente uma estrela (*) no lado direito do silogismo.

todo <u>A</u> é B	↔	coloque * nas letras <u>distribuídas</u>	↔	nenhum <u>A</u> é <u>B</u>
algum C é A				nenhum <u>B</u> é <u>C</u>
∴ algum C é B	←	coloque * nas <u>não distribuídas</u>	→	∴ nenhum <u>A</u> é <u>C</u>

- Após colocar as marcas * os silogismos ficam:

todo <u>A</u> * é B	Válido	nenhum <u>A</u> * é <u>B</u> *	Inválido
algum C é A		nenhum <u>B</u> * é <u>C</u> *	
∴ algum C* é B*		∴ nenhum <u>A</u> é <u>C</u>	

- Um argumento válido deve satisfazer duas condições:
 - Cada letra maiúscula tem estrela (*) em uma e apenas uma de suas ocorrências. (As letras minúsculas podem ter qualquer número de estrelas.)
 - Exatamente uma letra do lado direito (depois de "é" ou de "não é") tem estrela.
- Repare que o primeiro silogismo passa no teste, e portanto é válido. O segundo não passa no teste (já que duas ocorrências de B têm estrela e há duas estrelas no lado direito do silogismo) e portanto é inválido.
- Vejam os dois exemplos pequenos, porém confusos.

a não é <u>b</u> *	Válido	
∴ b* não é a		∴ todo <u>A</u> é A* Válido

- Como não há letra maiúscula no primeiro silogismo, então ele não desrespeita a regra de que cada letra maiúscula tem * em exatamente uma de suas ocorrências. Repare também que há exatamente um * no lado direito do silogismo. Portanto, o primeiro silogismo passa no teste e é válido.
- Como o segundo silogismo não tem premissas, marcamos apenas a conclusão. Ali, A tem exatamente uma ocorrência com * e é justamente a do lado direito do silogismo. Portanto, o segundo silogismo também passa no teste e é válido.
- Veja como o singular e o plural podem nos confundir. O seguinte argumento é válido:

Daniel é um filósofo	d é F	Válido
Daniel é egocêntrico	d é E	
∴ Alguns filósofos são egocêntricos	∴ algum F* é E*	

- Similarmente, de acordo com a lógica, o argumento seguinte é inválido:

Alguns filósofos são egocêntricos	algum F é E	Inválido
∴ Alguns filósofos não são egocêntricos	∴ algum F* não é E	

- Se *um ou mais* filósofos são egocêntricos, isso não significa que *um ou mais filósofos* não sejam egocêntricos; talvez *todos* os filósofos sejam egocêntricos!²
- Com a prática, você não precisará de mais do que 5 segundos para fazer o teste estrela em qualquer silogismo. Pratique com os exercícios a seguir.

EXERCÍCIO 2.2a

Quais dos itens abaixo são silogismos?

Exemplo:

nenhum P é B algum C é B ∴ algum C não é P
--

Isto é um silogismo, pois todas as fórmulas são fbfs, cada letra ocorre duas vezes e as letras formam uma cadeia.

1.

todo C é D ∴ algum C não é E

3.

nenhum Y é E todo G é Y ∴ nenhum Y é E
--

5.

k não é L todo M é L algum N é M Z é N ∴ k não é Z
--

2.

g não é l ∴ l não é g

4.

∴ todo S é S

2 Em português, as palavras "algum" e "alguns" podem ter vários significados, tais como "um ou mais", "dois ou mais", "pelo menos uns poucos", "um ou mais, mas não todos", "dois ou mais, mas não todos", "uns poucos, mas não todos". Em lógica, no entanto, usaremos a palavra "algum" apenas com o sentido de "um ou mais". Os outros sentidos possíveis desta palavra são possíveis de serem expressos em um outro sistema lógico, que não estudaremos nesta disciplina, chamado de *lógica de primeira ordem* ou *cálculo de predicados*.

EXERCÍCIO 2.2b

Sublinhe as letras distribuídas das fbfs seguintes:

Exemplo:

algum R não é S	→	algum R não é <u>S</u>
-----------------	---	------------------------

- | | |
|-----------------|---------------------|
| 1. w não é s | 5. todo P é B |
| 2. algum C é B | 6. r não é D |
| 3. nenhum R é S | 7. s é w |
| 4. a é C | 8. algum C não é P. |

EXERCÍCIO 2.2c

Decida se os argumentos abaixo são ou não válidos

Exemplo:

algum J não é P todo J é F ∴ algum F não é P	→	algum J não é <u>P</u> * todo <u>J</u> * é F ∴ algum F* não é <u>P</u>	VÁLIDO: cada par de letra maiúscula tem uma ocorrência com * e uma sem *, e há exatamente uma * do lado direito!
--	---	--	---

1.

nenhum P é B
algum C não é B
∴ algum C é P

6.

todo L é M
g é L
∴ g é M

11.

s é C
s é H
∴ algum C é H

2.

x é W
x não é Y
∴ algum W não é Y

7.

todo L é M
g não é L
∴ g não é M

12.

algum C é H
∴ algum C não é H

3.

nenhum H é B
nenhum H é D
∴ algum B não é D

8.

algum N é T
algum C não é T
∴ algum N não é C

13.

a é b
b é c
c é d
∴ a é d

4.

algum J não é P
todo J é F
∴ algum F não é P

9.

todo C é K
s é K
∴ s é C

14.

nenhum A é B
algum B é C
algum D não é C
todo D é E
∴ algum E é A

5.

g não é s
∴ s não é g

10.

todo D é A
∴ todo A é D

2.3 Argumentos em Português

Faça Duas Análises por Argumento

- Sugiro que você trabalhe com os argumentos em português de uma maneira dupla. Primeiro, utilize a intuição. Leia o argumento e pergunte-se se ele parece válido. Em várias ocasiões isso será claro, mas algumas vezes não.
- Só após esta primeira análise intuitiva, traduza o argumento para a linguagem silogística formal e aplique o teste estrela para a validade.
- Se sua intuição e o teste de validade concordarem, então você tem uma base mais forte para a sua resposta.
- Se sua intuição e o teste de validade discordarem, então algo está errado. Você terá que reconsiderar
 - sua intuição, ou
 - sua tradução, ou
 - seu uso do teste de validade.

Cuidados com a Formalização

- Utilize sempre a mesma letra para a mesma idéia, e letras diferentes para idéias diferentes.
- Cuidado, pois em português, muitas vezes a mesma idéia pode estar escrita de maneiras diferentes.
- Para ajudar a lembrar que letra traduz cada idéia, em um argumento, sublinhe a frase do argumento e escreva a letra que a traduz acima da frase sublinhada.
- Cuidado com a distinção entre termos gerais (letras maiúsculas) e termos singulares (letras minúsculas). Veja os exemplos:

Pascal é o bebê mais bonito do mundo.	p é b	Válido
Aquela criança ali é o bebê mais bonito do mundo.	a é b	
∴ Pascal é aquela criança ali.	∴ p* é a*	

Pascal é um bebê bonito.	p é B	Inválido
Aquela criança ali é um bebê bonito.	a é B	
∴ Pascal é aquela criança ali.	∴ p* é a*	

- Intuitivamente, o primeiro argumento é válido e o segundo inválido. As formalizações são quase idênticas, mudando apenas o caráter minúsculo e maiúsculo da letra "b". Tal mudança é suficiente para que o primeiro argumento seja válido e o segundo inválido. Afinal de contas, a letra "B" tem duas ocorrências no segundo argumento, mas nenhuma delas marcada com *.
- "b" indica um bebê específico e "B" indica uma categoria de bebês que pode ter vários representantes (os bebês bonitos).

EXERCÍCIO 2.3a

Determine se os argumentos a seguir são válidos ou inválidos. Primeiro avalie intuitivamente, depois traduza-os para a linguagem formal da lógica silogística e utilize o teste estrela para determinar se são válidos ou não.

Exemplo:

Nenhum cristão é ateu. Alguns filósofos são ateus. ∴ Alguns filósofos não são cristãos.	nenhum C^* é A^* algum F é A ∴ algum F^* não é C	VÁLIDO: cada par de letra maiúscula tem uma ocorrência com * e uma sem *, e há exatamente um * do lado direito!
---	--	--

1. Todas as leis segregacionistas degradam a personalidade humana.
Todas as leis que degradam a personalidade humana são injustas.
∴ todas as leis segregacionistas são injustas.

(de Martin Luther King)

2. Todos os comunistas favorecem os pobres.
Todos os budistas favorecem os pobres.
∴ Todos os budistas são comunistas.

3. Toda suspensão de jogador é decidida antes da partida iniciar.
Nada decidido antes da partida iniciar pode ser revogado.
∴ Nenhuma suspensão de jogador pode ser revogada.

4. Ninguém com menos de 16 anos tem permissão de votar.
Nenhum professor universitário tem menos de 16 anos.
o professor de lógica é professor universitário.
∴ o professor de lógica tem permissão de votar.

(Aplicar a lei exige raciocínio lógico!)

5. Todas as ações que maximizam boas conseqüências são corretas.
Algumas punições de inocentes maximizam boas conseqüências.
∴ Algumas punições de inocentes são corretas.

(Este argumento e o seguinte resumem um mini-debate sobre o utilitarismo, uma corrente teórica sobre ética que afirma que todas as ações que maximizam o total de boas conseqüências para todos são corretas. A ética ou filosofia moral deveria tentar avaliar as premissas; a lógica apenas trata de se a conclusão se segue ou não das premissas.)

6. Nenhuma punição de inocentes é correta.
Algumas punições de inocentes maximizam boas conseqüências
∴ Algumas ações que maximizam boas conseqüências não são corretas.

7. Todos *huevos revoltos* são *buenos para el desayuno*.
Todo *café con leche* é *bueno para el desayuno*.
∴ Todo *café con leche* é *huevo revolto*.

(Para testar se este argumento é válido, você não precisa saber espanhol. Você precisa apenas perceber sua forma.)

8. A crença de que há um Deus é desnecessária para explicar nossa experiência.
Todas as crenças desnecessárias para explicar a experiência devem ser rejeitadas.
∴ A crença de que há um Deus deve ser rejeitada.

(mencionado por Thomas de Aquino, que queria atacar a primeira premissa)

9. A crença em Deus resulta em benefícios à vida prática (coragem, paz, zelo, amor,...)
Todas as crenças que resultam em benefícios à vida prática são pragmaticamente justificáveis.
∴ A crença em Deus é pragmaticamente justificável.

(de William James, um filósofo americano pragmatista)

10. Todo sal de sódio torna amarela a chama de um bico de bunsen.
Este material torna amarela a chama de um bico de bunsen.
∴ Este material é sal de sódio.

11. Todos os abortos matam vidas humanas inocentes.
Nada que mate vidas humanas inocentes é correto.
∴ Nenhum aborto é correto.

12. Todas as ações que maximizem boas conseqüências são corretas.
Todo aborto socialmente útil maximiza boas conseqüências.
∴ Todo aborto socialmente útil é correto.

13. Aquela bebida é transparente.
Aquela bebida é sem gosto.
Toda vodka é sem gosto.
∴ Alguma vodka é transparente.

14. Daniel não é o melhor cozinheiro do mundo.
O melhor cozinheiro do mundo mora em Paris.
∴ Daniel não mora em Paris.

15. Todos os homens são mortais.
Minha mãe é um homem.
∴ Minha mãe é mortal.

16. Todos os termos de gênero neutro podem ser aplicados naturalmente a mulheres.
O termo "homem" não pode ser aplicado naturalmente a mulheres.
∴ O termo "homem" não é termo de gênero neutro.

17. Algumas questões morais são controversas.
Nenhuma questão controversa tem uma resposta certa.
∴ Algumas questões morais não tem resposta certa.

18. A idéia de um círculo perfeito é um conceito humano.
A idéia de um círculo perfeito não é derivada da experiência sensível.
Todas as idéias adquiridas em nossa existência terrena são derivadas da experiência sensível.
∴ Alguns conceitos humanos não são idéias adquiridas em nossa existência terrena.

(Este argumento é de Platão. Permitiu-lhe pensar que a alma adquire idéias em existências prévias separada do corpo, e que portanto, pode existir separada da matéria.)

19. Todos os seres com direito à vida são capazes de desejar a continuação da existência.
Todo ser capaz de desejar a continuação da existência tem um conceito de si próprio como um sujeito contínuo de experiências.
Nenhum feto humano tem um conceito de si mesmo como um sujeito contínuo de experiências.
∴ Nenhum feto humano tem direito à vida.

(de Michael Tooley)

20. O ladrão do banco usa bota de caminhada tamanho 42.
Você usa bota de caminhada tamanho 42.
∴ Você é o ladrão do banco.

21. Todas as crenças morais são produto da cultura.
Nenhum produto da cultura expressa verdades objetivas.
∴ Nenhuma crença moral expressa verdade objetiva

22. Alguns livros são produtos da cultura
Alguns livros expressam verdades objetivas.
∴ Alguns produtos da cultura expressam verdade objetiva.

(Como poderíamos modificar este argumento para torná-lo válido?)

23. Dr. Martin Luther King acreditava em verdades morais objetivas (sobre o erro do racismo)
Dr. Martin Luther King discordava das crenças morais de sua cultura.
Nenhuma pessoa que discorde das crenças morais de sua cultura toma as crenças morais de sua própria cultura como absolutas.
∴ Alguns que acreditam em verdades morais objetivas não tomam as crenças morais de sua própria cultura como absolutas.

24. Todas as afirmações que continuariam verdadeiras, mesmo se ninguém acreditasse nelas, são verdades objetivas.
"Racismo é errado" continuaria verdadeira mesmo se ninguém acreditasse nisso.
∴ Algumas afirmações morais são verdades objetivas.

25. Algumas pessoas com a cabeça descoberta que tremem de frio estão com as cabeças aquecidas.
Todas as pessoas com a cabeça descoberta que tremem de frio estão perdendo muito calor do corpo através de suas cabeças.
Todos que estão perdendo muito calor do corpo através de suas cabeças deveriam colocar um chapéu para se manterem aquecidos.
∴ Algumas pessoas que têm as cabeças aquecidas deveriam colocar um chapéu para se manterem aquecidas.

EXERCÍCIO 2.3b - História de Mistério

Herman deu uma festa em casa. Alice, Bernardo, Carol, David, Jorge e outros estiveram lá. Um ou mais deles roubou dinheiro do quarto de Herman. Todas as informações do caso estão na caixa grande abaixo, e elas podem ou não dar evidência conclusiva sobre algum suspeito determinado. Responda então as seguintes questões:

1. Alice não gosta de dinheiro.
2. Bernardo gosta de dinheiro.
3. Bernardo não é a pessoa mais rica da festa.
4. Carol sabia onde o dinheiro estava.
5. David trabalha para Herman.
6. David não é a pessoa mais repugnante na festa.
7. Todos que roubaram o dinheiro, gostam de dinheiro.
8. A pessoa mais rica da festa não roubou o dinheiro.
9. Todos que roubaram o dinheiro sabiam onde o dinheiro estava.
10. Todos que trabalham para Herman odeiam Herman.
11. Todos os que odeiam Herman roubaram o dinheiro.
12. A pessoa mais repugnante na festa roubou o dinheiro.

Exemplo: (na próxima página)

Alice roubou o dinheiro? Se você conseguir, prove sua resposta utilizando um silogismo válido com as premissas da lista de pistas.

[a: Alice; G: gosta de dinheiro; R: roubou o dinheiro]

→

Alice não roubou o dinheiro:

a não é \underline{G}^* -- pista 1

todo \underline{R}^* é G -- pista 7

∴ a* não é \underline{R} (Válido!)

1. Bernardo roubou o dinheiro? Se conseguir, prove sua resposta usando para isso um silogismo válido com premissas da lista de pistas.
2. Carol roubou o dinheiro? Se conseguir, prove sua resposta usando para isso um silogismo válido com premissas da lista de pistas.
3. David roubou o dinheiro? Se conseguir, prove sua resposta usando para isso um silogismo válido com premissas da lista de pistas.
4. Baseado em seus dados, mais de uma pessoa roubou o dinheiro? Você consegue provar isso com a lógica silogística?
5. Suponha que, de seus dados, podemos deduzir que uma pessoa roubou o dinheiro e também que esta mesma pessoa não roubou o dinheiro. O que teríamos demonstrado com isso?

2.4 Traduções Mais Complexas

- Suponha que queiramos testar o seguinte argumento:

Cada ser humano é mortal.	todo H é M
Apenas seres humanos são filósofos.	todo F é H
∴ Todos os filósofos são mortais.	∴ todo F é M

- Para formalizar argumentos como este, precisamos traduzir expressões como "cada" e "apenas" nas nossas expressões padrões que são palavras da linguagem silogística formal: "todo", "nenhum", "algum".
- Aqui neste caso, "cada" é fácil, uma vez que ela significa "todo". A tradução da primeira sentença é direta: "Cada ser humano é mortal" traduz-se por "Todo ser humano é mortal" que é formalizada como "todo H é M".
- Mas a tradução de "apenas" é mais difícil. "Apenas seres humanos são filósofos" significa, na verdade, que "Todos os filósofos são humanos", que portanto deve ser formalizada como "todo F é H".
- Veja a seguir algumas formas comuns de expressar "todo" em português:

Diferentes formas de dizer "todo A é B"	
<p>cada (qualquer) A é B. Quem quer (qualquer coisa) que seja A é B. A's são B's. Aqueles que são A são B. Se alguém é A, então é B. Se você for A, então você é B.</p>	<p>Apenas B's são A's. Nada (ninguém) além dos B's são A's. Ninguém (nada) é A a menos que seja B. Uma coisa (alguém) não é A a menos que seja B. É falso que algum A não seja B.</p>

- As formas da esquerda são mais fáceis. As da direita, principalmente as duas primeiras, são às vezes enganadoras, pois exigem que troquemos a ordem das letras na tradução.

Apenas homens são lutadores de sumô.	apenas H's são S
= Todos os lutadores de sumô são homens.	= todo S é H
≠ Todos os homens são lutadores de sumô.	

- Então "apenas" se traduz por "todo", mas com a ordem dos termos trocada. E "nada/ninguém além de" funciona da mesma forma.
- Repare que nas duas últimas formas do lado direito, aparecem as palavras "não" e "alguém". No entanto, devemos notar que as expressões em que ocorrem devem ser traduzidas por "todo A é B":

É falso que algum lutador de sumô não seja homem.	é falso que algum S não é H
= Todo o lutador de sumô é homem.	= todo S é H

- Veja abaixo algumas formas comuns de dizer "nenhum A é B" em português:

Diferentes formas de dizer "nenhum A é B"	
<p>A's não são B's. Cada (qualquer) A não é B. Quem quer (qualquer coisa) que seja A não é B. Se alguém é A, então não é B. Se você é A, então você não é B.</p>	<p>Ninguém (nada) que seja A é B. Não há (existe) um único A que seja B. É falso que haja uma A que seja B. É falso que algum A é B.</p>

- Nunca use "todo A não é B". Esta forma não é uma fbf e, em português é ambígua entre "nenhum A é B" e "alguém A não é B".
- Os dois quadros abaixo, apresentam formas comuns de dizermos "alguém" em português:

algum A é B =
alguns A's são B's. algum A é B. A's algumas vezes são B's. Um ou mais A's são B's. Um ou mais A é B. Há (existem) A's que são B's. Há (existe) A que é B. É falso que nenhum A é B.

algum A não é B =
alguns A's não são B's. algum A não é B. Há (existem) A's que não são B's. Há (existe) A que não é B. Nem todos os A's são B's. Nem todo A é B. É falso que todos os A's são B's. É falso que todo A é B.

- As fórmulas "nenhum A é B" e "algum A é B" são contraditórias. Ou seja, dizer que uma delas é falsa, é equivalente a dizer que a outra é verdadeira, e vice-versa.

É falso que nenhum dia é ensolarado.	=	Alguns dias são ensolarados.
É falso que alguns dias são ensolarados	=	Nenhum dia é ensolarado.

- Similarmente, "todo A é B" e "algum A não é B" também são contraditórias.

É falso que todos os gatos são pardos.	=	Alguns gatos não são pardos.
É falso que alguns gatos não são pardos.	=	Todos os gatos são pardos.

- Estude estas regras de tradução com cuidado. Sentenças em linguagem natural, muitas vezes com expressões idiomáticas são difíceis de interpretar corretamente, mesmo que sejam usadas na linguagem do dia-a-dia.
- As regras que apresentamos, cobrem muitas, mas não todas as expressões possíveis que devem ser traduzidas em nossa linguagem formal. Você deve pensar por si mesmo e cuidadosamente, sempre que encontrar um exemplo que não for coberto pelas regras apresentadas.

EXERCÍCIO 2.4a

Traduza esta sentenças do português para fbf's da linguagem formal da lógica silogística.

Exemplo:

Nada vale a pena, a menos que seja difícil.	→	todo V é D.
---	---	-------------

1. Apenas ações livres podem ser punidas com justiça.
2. Nem todas as ações são determinadas.
3. Ações socialmente úteis são corretas.
4. Ninguém além dos comunistas favorecem os pobres.
5. Pelo menos uma das camisas está em oferta.
6. Nem todas as camisas estão em oferta.
7. Ninguém é feliz a menos que seja rico.³

³ Como você argumentaria contra este exemplo (e os dois seguintes)? Você iria para a parte rica da cidade e procuraria por uma pessoa rica que estivesse infeliz? Ou você iria para a parte pobre da cidade e procuraria por uma pessoa que estivesse feliz?

8. Apenas pessoas ricas são felizes.
9. Qualquer pessoa rica é feliz.
10. Nem toda pessoa egoísta é feliz.
11. Quem quer que seja feliz não é egoísta.
12. Pessoas altruístas são felizes.
13. Todas as camisas (individualmente) custam \$20.
14. Todas as camisas (juntas) custam \$20.
15. Abençoados são os misericordiosos.
16. Eu penso tudo que digo.
17. Eu digo tudo que penso.
18. Quem quer que faça a trilha dos Apalaches ama a natureza.
19. Ninguém faz a trilha dos Apalaches a menos que goste de andar.
20. Nem todos que fazem a trilha dos Apalaches estão em grande forma.

2.5 Inferindo a Conclusão

- Suponha que você esteja diante de premissas e deseja deduzir a conclusão que se segue destas premissas, que tornaria o argumento válido de acordo com a lógica silogística:

Alguns habitantes das cavernas usam fogo.

Todos que usam fogo têm inteligência.

- Você pode usar a intuição. Neste caso, tem que ler as premissas, dizer a si mesmo "portanto...", refletir bastante, prender a respiração e torcer para que a conclusão lhe surja à mente.
- Se chegar a alguma conclusão, escreva-a, traduza todo o argumento para a linguagem silogística formal e faça o teste estrela para a validade.
- Faça o máximo de exercícios que puder utilizando este método intuitivo. Isto o ajudará a desenvolver esta intuição.
- Mas se sua intuição falhar, você pode utilizar um método prático, de 4 passos, baseado no teste estrela:

(1) Traduza as premissas e marque-as com (*):	(2) Descubra quais devem ser as letras da conclusão:	(3) Descubra qual deve ser a forma da conclusão:	(4) Adicione a conclusão às premissas e faça o teste estrela:
algum C é F todo F* é I	"C" e "I"	algum _ é _	algum C é F todo F* é I ∴ algum C* é I*

- Vejamos, agora, como efetuar cada um destes 4 passos do método para descobrir a conclusão:

(1) TRADUZA AS PREMISSAS PARA A LINGUAGEM FORMAL E MARQUE-AS COM (*).

- Verifique se alguma regra do teste estrela foi violada já nas premissas:
 - se há dois (*) do lado direito;
 - se há letras maiúsculas com duas ocorrências, ambas com (*);
 - se há letras maiúsculas com duas ocorrências e nenhuma com (*)
- Caso algum destes casos ocorra, então nenhuma conclusão se seguirá validamente destas premissas. Qualquer que seja a conclusão, já sabemos que o argumento não passará no teste estrela.
- Caso nenhuma destas violações ocorra, prossiga com o passo (2). Repare que é esta a situação de nosso exemplo.

(2) DESCUBRA QUAIS DEVEM SER AS LETRAS DA CONCLUSÃO:

- Lembre-se que em todo silogismo cada letra deve ocorrer exatamente 2 vezes. Então as letras da conclusão serão as letras que têm apenas uma ocorrência nas premissas.
- No nosso exemplo, são exatamente "C" e "I", já que "F" já tem duas ocorrências.

(3) DESCUBRA QUAL DEVE SER A FORMA DA CONCLUSÃO:

- Há duas possibilidades a analisar: ou (a) *as duas letras da conclusão são maiúsculas*, ou (b) *pelo menos uma das letras da conclusão é minúscula*. Vejamos como agir em cada um destes casos.

(a) Quando as duas letras da conclusão são maiúsculas:

- Repare que as únicas *fbfs* possíveis com duas letras maiúsculas são:
 - "todo A é B" , "nenhum A é B" , "algum A é B" e "algum A não é B".
 - As regras seguintes nos dizem quando escolher cada uma destas formas:

todo A é B	Use "todo" na conclusão quando todas as premissas também são com "todo".
nenhum A é B	Use "nenhum" na conclusão se nas premissas ocorrem "todo" e "nenhum", ou apenas "nenhum".
algum A é B algum A não é B	Use "algum" na conclusão se alguma premissa tiver "algum" ou letra minúscula. Então use "não é" se alguma premissa tiver "nenhum" ou "não é". Caso contrário, use "é".

- Note que estas regras não dizem a ordem das letras na conclusão ("todo A é B" ou "todo B é A" ?). A princípio, escolha a ordem que preferir. No passo 4 resolveremos este problema.

(b) Quando pelo menos uma das letras da conclusão é minúscula:

- Repare que as únicas *fbfs* possíveis quando pelo menos uma das letras é minúscula são:
 - "x é A" , "x é y" , "x não é A" , "x não é y"
 - A regra seguinte nos diz quando escolher cada uma destas formas:

x é A x é y x não é A x não é y	Use "não é" se alguma premissa tiver "nenhum" ou "não é". Caso contrário, use "é".
--	--

- Note que esta regra não diz a ordem das letras na conclusão, quando as duas são minúsculas: ("x é y" ou "y é x" ?). Escolha a ordem que preferir. Veremos mais adiante que a ordem para estes casos não importa.⁴

(4) ADICIONE A CONCLUSÃO ÀS PREMISSAS E FAÇA O TESTE ESTRELA:

- Caso o teste resulte inválido, tente trocar a ordem das letras para ver se fazendo isso o argumento se torna válido.
- Aqui termina o método. Se você obteve um argumento válido, então a conclusão deste argumento se segue logicamente das premissas e é o que você estava procurando!
- Caso você não obtenha um argumento válido, então nada pode ser derivado validamente das premissas apresentadas.
- No nosso exemplo, chegamos à conclusão "algum C é I", adicionamo-la às premissas e o argumento final se mostrou válido, de acordo com o teste estrela.
- Então, a conclusão em português é: "Alguns habitantes das cavernas têm inteligência". Nosso argumento completo fica:

Alguns habitantes das cavernas usam fogo.

Todos que usam fogo têm inteligência.

Alguns habitantes das cavernas têm inteligência.

- Repare que se tivéssemos escolhido a ordem reversa das letras, ou seja, se nossa conclusão fosse "algum I é C", o argumento resultante também passaria no teste estrela. Veja:

algum C é F	algum C é F
todo \underline{F}^* é I	todo \underline{F}^* é I
\therefore algum C^* é I^*	\therefore algum I^* é C^*

- Então, a conclusão "Alguns seres que têm inteligência são habitantes das cavernas" também se segue validamente das premissas apresentadas. As duas respostas são corretas.
- Na verdade, estas duas respostas são apenas uma, pois dizer que "Alguns habitantes das

⁴ Repare que se uma letra é minúscula e a outra maiúscula, então sabemos que a minúscula vem primeiro, pois "A é x" e "A não é x" não são *fbfs*.

cavernas têm inteligência" e dizer que "Alguns seres que têm inteligência são habitantes das cavernas" é dizer a mesma coisa de maneiras diferentes. Estas são duas sentenças equivalentes!

- De maneira mais geral, é fácil notar que "algum A é B" é equivalente a "algum B é A".
- Se você não quiser confiar apenas em sua intuição, para testar esta equivalência basta fazer o teste estrela e verificar que o argumento a seguir é válido:

$$\begin{array}{l} \text{algum A é B} \\ \therefore \text{algum B}^* \text{ é A}^* \end{array}$$

- Entre as nossas 8 *fbfs* a ordem dos termos não importa para nenhuma destas seguintes

nenhum A é B	algum A é B	x é y	x não é y
--------------	-------------	-------	-----------

- Pense sobre cada uma delas, se não se convencer, faça o mesmo teste que descrevemos para "algum A é B" para certificar-se de sua equivalência.
- Das *fbfs* que sobraram, não podemos trocar a ordem de "x é A" e de "x não é A", pois o resultado não seria uma *fbf*. Portanto, as únicas *fbfs* para as quais a ordem importa e pode alterar o resultado de nosso método são:

todo A é B	algum A não é B
------------	-----------------

- É fácil ver que os argumentos seguintes são inválidos:

$$\begin{array}{ll} \text{todo } \underline{A}^* \text{ é B} & \text{algum A não é } \underline{B}^* \\ \therefore \text{todo } \underline{B} \text{ é } \underline{A}^* & \therefore \text{algum } \underline{B}^* \text{ não é } \underline{A} \end{array}$$

- Vejamos outro exemplo:

Ninguém que tenha carro anda de ônibus.

Simone não tem carro.

- Talvez você esteja tentado por sua intuição a responder "Simone anda de ônibus".
 - Se for este o caso, considere a situação em as duas premissas são verdadeiras e, além disso, Simone mora em uma cidade pequena do interior em que nem há transporte coletivo, e se pode ir a todo lugar a pé.
 - Nesta situação as premissas são verdadeiras, mas Simone não anda de ônibus. Portanto, por esta abordagem intuitiva, "Simone anda de ônibus" não deve ser uma conclusão que se siga validamente das premissas apresentadas.
- Para sanar qualquer dúvida, vamos aplicar nosso método a este argumento para ver se conseguimos achar alguma conclusão que se segue validamente destas premissas.

(1) Traduza as premissas e marque-as com (*):	(2) Descubra quais devem ser as letras da conclusão:	(3) Descubra qual deve ser a forma da conclusão:	(4) Adicione a conclusão às premissas e faça o teste estrela:
nenhum \underline{C}^* é \underline{Q}^* s não é \underline{C}^*	Repare que após o primeiro passo já sabemos que com nenhuma conclusão o argumento será válido. A letra C tem duas ocorrências marcadas com (*):		nenhum \underline{C}^* é \underline{Q}^* s não é \underline{C}^* ∴ (nenhuma conclusão)

- Repare que o método resolve a questão. Nenhuma conclusão pode ser tirada destas premissas. Não há argumento válido com tais premissas.

EXERCÍCIO 2.5a

Infira a conclusão em português que se segue validamente das premissas (todas) apresentadas. Indique com "Nada se conclui", caso nenhuma conclusão válida se siga das premissas.

Exemplo:

Alguns cientistas são empiristas Nenhum racionalista é empirista		Conclusão Inferida validamente: "algum C não é R" Em português: "Alguns cientistas não são racionalistas"	
(1) Traduza as premissas e marque-as com (*):	(2) Se passo (1) OK, ache as letras da conclusão. Senão, explique por que termina aqui.	(3) Descubra qual deve ser a forma da conclusão:	(4) Adicione a conclusão às premissas e faça o teste estrela:
algum C é E nenhum \underline{R}^* é \underline{E}^*	"C" e "R" pois ocorrem apenas uma vez nas premissas.	algum C não é R (ou algum R não é C) pois duas letras maiúsculas com algum e nenhum nas premissas	algum C é E nenhum \underline{R}^* é \underline{E}^* ∴ algum \underline{C}^* não é \underline{R} Válido: passa no teste estrela!

- Todas as ações humanas são determinadas (causadas por eventos anteriores fora de nosso controle)
Nenhuma ação determinada é livre.

- Algumas ações humanas são livres.
Nenhuma ação determinada é livre.

- Todas as ações em que você faz o que quer são livres.
Algumas ações em que você faz o que quer são determinadas.

- Todos os homens são animais racionais.
Nenhuma mulher é homem.

- Todos os filósofos amam a sabedoria.
João ama a sabedoria.

6. Lucas escreveu um evangelho.
Lucas não era um apóstolo.
-
7. Toda capa de chuva barata bloqueia a passagem do suor.
Nenhuma capa de chuva que bloqueia a passagem do suor o mantém seco durante a subida de um morro.
-
8. Tudo o que é ou poderia ser experimentado é pensável.
Tudo o que é pensável é exprimível por juízos.
Tudo o que é exprimível por juízos é exprimível com sujeitos e predicados.
Tudo o que é exprimível com sujeitos e predicados é sobre objetos e propriedades.
-
9. Todos os julgamentos morais influenciam nossas ações e sentimentos.
Nada oriundo da razão influencia nossas ações e sentimentos.
-
10. Nenhum sentimento que diminui quando entendemos suas origens é racional.
Todo sentimento racista culturalmente aprendido diminui quando entendemos suas origens.
-
11. Eu peso 60 quilos.
Minha mente não pesa 60 quilos.
-
12. Nenhuma ação causada por sugestão hipnótica é livre.
Algumas ações em que você faz o que quer são causadas por sugestão hipnótica.
-
13. Toda crença não provada deve ser rejeitada.
"Deus existe" é uma crença não provada.
-
14. Toda crença não provada deve ser rejeitada.
"Toda crença não provada deve ser rejeitada" é uma crença não provada.
-
15. Jonas gosta de carne crua.
Jonas gosta de champanhe.
-
16. Alguns seres humanos perseguem a vingança de um modo auto-destrutivo.
Ninguém que persegue a vingança de um modo auto-destrutivo é motivado apenas por interesse próprio.
Todas as pessoas verdadeiramente egoístas são motivadas apenas por interesse próprio.
-

17. Todas as virtudes são louváveis.
Nenhuma emoção é louvável.
-
18. Deus é um ser perfeito.
Todos os seres perfeitos são auto-suficientes.
Nenhum ser auto-suficiente é influenciado por qualquer coisa fora de si próprio.
-
19. Deus é um ser perfeito.
Todos os seres perfeitos conhecem todas as coisas.
Todos os seres que conhecem todas as coisas são influenciados por todas as coisas.
-
20. Todas as normas morais básicas se aplicam a todos os seres racionais possíveis.
Nenhum princípio baseado na natureza humana se aplica a todos os seres racionais possíveis.
-
21. Todas as políticas que discriminam com base apenas na raça são erradas.
Toda política de ação afirmativa discrimina com base apenas na raça.
-
22. Algumas políticas de ação afirmativa são tentativas de corrigir injustiças passadas praticadas contra certos grupos.
Nenhuma tentativa de corrigir injustiças passadas praticadas contra certos grupos discrimina com base apenas na raça.
-
23. Algumas ações aprovadas por reformadores são corretas.
Algumas ações aprovadas pela sociedade não são aprovadas por reformadores.
-
24. Algumas ações incorretas são erros cometidos de boa fé.
Nenhum erro cometido de boa fé é condenável.
-
25. Todos os julgamentos morais são tais que disputas sobre eles são impossíveis de resolver através da razão.
Nenhuma verdade objetiva é tal que disputas sobre elas sejam impossíveis de resolver através da razão.
-

OBSERVAÇÕES: os problemas 1 a 3 acima expõem as três abordagens clássicas sobre o livre arbítrio: **determinismo forte**, **indeterminismo** e **determinismo fraco**. Os problemas 8 e 20 são de Immanuel Kant; 9 é de David Hume; 10 é de Richard Brandt; 17 e 18 são de Aristóteles; e 19 é de Charles Hartshorne.

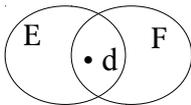
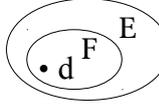
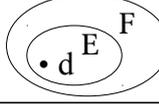
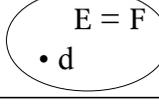
2.6 O Teste dos Círculos de Euler para a Validade de Silogismos

- O item 2.6 original do livro trata do teste de validade através dos Diagramas de Venn. Vamos, no entanto, substituir este tópico por um teste mais intuitivo e mais poderoso. O **teste de validade dos Círculos de Euler**.
- Antes de apresentar o teste, precisamos aprender a traduzir todas as fbfs da linguagem silogística formal em diagramas (os círculos de Euler). **Confira a tabela de tradução esquemática na página seguinte antes de prosseguir.**

TESTE DE EULER: Desenhe (traduza) de modo verdadeiro todas as premissas do silogismo em diagramas de Euler. Procure fazer o desenho das premissas de modo que a conclusão do silogismo fique falsa em seu desenho. Se for possível fazer um desenho com premissas verdadeiras e conclusão falsa, então o silogismo é INVÁLIDO. Se qualquer desenho que traduza de modo verdadeiro as premissas também traduz de modo verdadeiro a conclusão, então o silogismo é VÁLIDO.

- **Observação:** em qualquer argumento que seja um silogismo, as duas letras da conclusão também ocorrem nas premissas. Portanto, qualquer desenho com círculos de Euler das premissas de um argumento, resulta em um desenho da conclusão. Porém, se o argumento for inválido, é possível que este desenho não represente a conclusão de modo verdadeiro.
- Estude bem o quadro da página seguinte com todas as traduções possíveis para as fbf da linguagem silogística formal e um exemplo de aplicação do teste:

- Vejamos dois exemplos:

<p>Daniel é um filósofo. Daniel é egocêntrico. ∴ Alguns filósofos são egocêntricos.</p>	<p>$d \in F$ $d \in E$ ∴ algum F é E</p>		Válido
			
			
			

- Repare que a conclusão é representada de modo verdadeiro em todos os 4 desenhos possíveis nos quais as duas premissas são verdadeiras. Portanto o argumento é válido, pois não há representação em que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

<p>Alguns filósofos são egocêntricos. ∴ Alguns filósofos não são egocêntricos.</p>	<p>algum F é E ∴ algum F não é E</p>		Inválido
--	--	--	-----------------

- Note que, de acordo com a tabela da página anterior, o desenho acima representa de modo verdadeiro a premissa, mas não a conclusão, afinal de contas não há nenhum "F" que não seja "E". Portanto, o argumento é inválido.

EXERCÍCIO (volte a 2.2c, 2.3a e 2.3b)

Refaça vários itens dos exercícios 2.2c, 2.3a e 2.3b utilizando, no lugar do teste estrela, o teste do círculo de Euler para decidir sobre a validade destes argumentos.

2.7 Reconhecimento e Reconstrução de Argumentos

- Até agora, todos os argumentos que tratamos estavam escritos em formato preciso, com premissas e conclusões dispostas em ordem e separadas.
- Infelizmente, os argumentos reais que encontramos nos textos e discursos em geral raramente aparecem tão organizados e limpos.
- Há com frequência mudança na ordem, com a conclusão aparecendo algumas vezes antes das premissas e algumas vezes no meio delas. Há até omissão de algumas premissas, quando estas parecem óbvias demais ao falante.
- Vejamos dois exemplos:

1. "Sócrates deve ser mortal. Afinal de contas ele é humano e todos os humanos são mortais."
 2. "Sócrates é humano. Logo ele tem que ser mortal, uma vez que todos os humanos são mortais."
- As duas sentenças acima representam formas distintas em que podemos escrever em português o nosso velho e conhecido argumento sobre a mortalidade de Sócrates:

Todos os homens são mortais.		todo H é M
Sócrates é homem.	→	s é H
∴ Sócrates é mortal.		∴ s é M

- No exemplo (1) a expressão "afinal de contas" indica onde estão as premissas, e no exemplo (2) a palavra "logo" , seguida de "tem que" indica a conclusão.
- Os dois quadros a seguir apresentam as expressões mais típicas do português que nos ajudam a identificar premissas e conclusão dos argumentos.

Expressões que normalmente Indicam Premissas
porque visto que uma vez que afinal de contas desde que pois assumo que é sabido que por causa de

Expressões que normalmente Indicam a Conclusões
logo, portanto, por conseguinte, sendo assim, assim, deste modo, por isso, em vista disso, isto (prova/mostra/demonstra) que desta forma

- Estes dois quadros, no entanto, são incompletos e representam apenas uma ajuda. A melhor maneira de encontrar e reconstruir os argumentos com suas premissas e conclusões é usar o bom senso e lembrar que:
 - **CONCLUSÃO:** é sempre o que se quer demonstrar.
 - **PREMISSAS:** são sempre as informações (os dados) apresentadas como justificativa para a conclusão.
- Quando estiver reconstruindo um argumento, encontre primeiro a conclusão, depois as premissas, escreva o argumento na forma direta (premissas, seguidas da conclusão) e então traduza o argumento para a linguagem silogística formal.
- Se no argumento formalizado algumas letras estiverem ocorrendo apenas uma vez, você terá que adicionar alguma premissa não expressa, mas que seja implícita ao argumento.
 - Use o "**PRINCÍPIO DA CARIDADE**": interprete trechos não claros de inferência de uma forma que eles sejam representados pelos melhores argumentos.
- Finalmente, teste a validade do argumento formalizado (ou pelo teste estrela, ou pelo teste dos círculos de Euler. Melhor ainda, faça os dois testes!)

- Vejamos um exemplo:

"Não é permitido a você estar aqui, afinal de contas apenas membros são permitidos."

- Primeiro encontre as premissas e a conclusão e formalize-as:

Apenas membros são permitidos aqui	todo P é M
∴ Não é permitido a você estar aqui. (Você não é permitido aqui)	∴ v não é P

- Como as letras v e M só ocorrem uma vez, nós adicionamos uma premissa implícita para obtermos o silogismo completo. Adicionamos a premissa mais plausível, utilizando "bom senso" e o "princípio da caridade":

Apenas membros são permitidos aqui.	todo <u>P</u> * é M	<u>Válido</u>
Você não é um membro.	v não é <u>M</u> *	
∴ Não é permitido a você estar aqui. (Você não é permitido aqui)	∴ v* não é <u>P</u>	

EXERCÍCIO 2.7a

Primeiro avalie intuitivamente, depois traduza para a linguagem silogística formal e determine a validade utilizando o teste estrela (ou o teste de Euler). Acrescente premissas omitidas onde for necessário.

Exemplo:

O que quer que seja bom em si mesmo deve ser desejado. Mas o que quer que deva ser desejado é capaz de ser desejado. Logo apenas prazer é bom em si mesmo, uma vez que apenas prazer é capaz de ser desejado.	B – coisas que são boas em si mesmas; D – coisas que devem ser desejadas; C – coisas capazes de serem desejada; P – coisas prazerosas (prazer)
Forma Direta: O que quer que seja bom em si mesmo deve ser desejado. O que quer que deva ser desejado é capaz de ser desejado. Apenas prazer é capaz de ser desejado ∴ Apenas prazer pe bom em si mesmo.	
Formalização: todo <u>B</u> * é D todo <u>D</u> * é C todo <u>C</u> * é P ∴ todo <u>B</u> é P*	<u>VÁLIDO:</u> cada par de letra maiúscula tem uma ocorrência com * e uma sem *, e há exatamente uma * do lado direito!

1. Segregação racial nas escolas gera fortes sentimentos de inferioridade entre os estudantes negros. O que quer que gere tais sentimentos trata os estudantes de modo injusto com base na raça. Qualquer coisa que trate os estudantes de modo injusto com base na raça viola o artigo 14 da constituição americana. O que quer que viole o artigo 14 é inconstitucional. Como resultado, segregação racial nas escolas é inconstitucional. [Argumentação que sustentou um famoso julgamento que ocorreu me 1954, nos EUA - Brown vs. Topeka]

2. Você não pode ter estudado. A evidência para isso é que você tirou 1,5 na prova.
3. Deus não pode condenar os agnósticos por descrença. Isto porque Deus é toda bondade, qualquer um que seja toda bondade respeita a honestidade intelectual, e ninguém que respeite honestidade intelectual condena os agnósticos por descrença.
4. Apenas o que está sob o controle do indivíduo é sujeito a elogio ou censura. Então as conseqüências de uma ação não são sujeitas a elogio ou censura, uma vez que nem todas as conseqüências de uma ação estão sob o controle do indivíduo.
5. Nenhuma roupa sintética absorve umidade. Logo, nenhuma roupa sintética deveria ser usada em contato com a pele de um esquiador.
6. Nem todos os conceitos humanos podem ser derivados da experiência sensível. Minha razão para dizer isso é que a idéia de "auto-contrariedade" é um conceito humano que não é derivado da experiência sensível.
7. Análises de seres humanos em termos meramente físico-químicos são neutras sobre se temos consciência. Então, contrariamente a Hobbes, devemos concluir que nenhuma análise de seres humanos em termos meramente físico-químicos explica completamente nossas atividades mentais. Pois, claramente, explicações que são neutras sobre se temos consciência não explicam completamente nossas atividades mentais.
8. Apenas o que se baseia na experiência sensível é conhecimento sobre o mundo. Disso se segue que nenhum conhecimento matemático é conhecimento sobre o mundo.
9. Nem todos os transistores em seu rádio podem ser de silício. Afinal de contas, todo transistor que funciona bem a altas temperaturas é de silício e, no entanto, nem todos os transistores de seu rádio funcionam bem a altas temperaturas.
10. Princípios morais não fazem parte da filosofia. Isto se segue destas considerações: apenas verdades objetivas fazem parte da filosofia. Nada é uma verdade objetiva a menos que seja experimentalmente verificável. Finalmente, é claro, os princípios morais não são experimentalmente verificáveis. [do positivista lógico A. J. Ayer.]
11. Pelo menos alguma mulher é pai. Isto se segue destes três fatos: (1) Jones é um pai, (2) Jones trocou seu sexo para o feminino em uma cirurgia, e (3) quem quer que tenha trocado o sexo para feminino é agora uma mulher.
12. Apenas usuários de linguagem fazem generalizações. Nenhum animal usa linguagem. Pelo menos alguns animais raciocinam. Logo, nem todos os que raciocinam fazem generalizações. [de John Stuart Mill]
13. Apenas estudos puros na forma tem valor artístico verdadeiro. Isso prova que uma coisa não tem valor artístico verdadeiro a menos que seja abstrata, pois é falso que haja algo que seja abstrato, mas que não seja um estudo puro na forma.
14. Qualquer coisa que alivie a pressão de minhas bolhas enquanto caminho pode me permitir terminar minha caminhada do Forte à Ponta Negra. Qualquer palmilha com buracos para bolhas pode aliviar a pressão em minhas bolhas enquanto caminho. Eu concluo que qualquer palmilha com buracos para bolhas pode me permitir terminar minha caminhada do Forte à Ponta Negra.
15. Nós sabemos (a partir da observação da sombra da terra na lua, durante um eclipse lunar) que a terra tem uma sombra oblíqua. Mas esferas tem sombras oblíquas. Estes dois fatos provam que a terra é uma esfera.
16. O que quer que seja conhecido é verdadeiro, e o que quer que seja verdadeiro corresponde aos fatos. Podemos concluir que nenhuma crença sobre o futuro é conhecida.
17. Nenhuma teoria ética adequada é baseada na experiência sensível, porque qualquer teoria ética adequada provém de princípios necessários e universais, e nada baseado na experiência

sensível provém de tais princípios. [de Immanuel Kant]

18. Pelo menos algumas pessoas ativas são vítimas de hipotermia. Pessoas ativas não tremem. Disso se segue que nem todas as vítimas de hipotermia tremem. [da revista Sky]
19. Objetos de ferro conduzem eletricidade. Sabemos disso a partir do que aprendemos semana passada, nomeadamente, que objetos de ferro são metálicos e nada conduz eletricidade a menos que seja metálico.
20. Apenas coisas que são verdadeiras por convenções lingüísticas são verdades necessárias. Isto mostra que "Deus existe" não pode ser uma verdade necessária. Afinal de contas, alegações de existência não são verdadeiras por convenções lingüísticas.
21. Nenhum feixe de percepções come comida. Hume come comida, e Hume é um ser humano. Disso se segue (contrário à teoria de David Hume) que nenhum ser humano é um feixe de percepções.
22. Quaisquer eventos que podemos experimentar como empiricamente reais (em oposição a sonhos ou alucinações) são eventos que podem se adequar coerentemente em nossa experiência. Então um evento não-causado não é algo que podemos experimentar como empiricamente real. Pois assumo que é falso que algum evento não-causado pode se adequar coerentemente em nossa experiência. [de Immanuel Kant]
23. Eu acho que estou vendo uma cadeira. Mas há algumas pessoas que acham que estão vendo uma cadeira que, na verdade, estão sendo iludidas por seus sentidos. E seguramente pessoas iludidas por seus sentidos não sabem realmente se estão vendo de fato uma cadeira. Logo, eu não sei realmente se estou vendo de fato uma cadeira.
24. Nenhum objeto material pode existir sem ser percebido. Eu vejo isso por três razões: (1) Objetos materiais podem ser percebidos. (2) Apenas sensações podem ser percebidas. E finalmente, (3) nenhuma sensação pode existir sem ser percebida. [Bertrand Russell criticou este argumento por representar uma metafísica idealista]
25. Apenas aqueles que podem sentir prazer ou dor merecem consideração moral. Nem todos os animais podem sentir prazer ou dor. Logo, nem todos os animais merecem consideração moral.
26. Princípios verdadeiros não têm conseqüências falsas. Há princípios plausíveis com conseqüências falsas. Portanto, nem todos os princípios verdadeiros são plausíveis.
27. Apenas o que se divide em partes pode morrer. Tudo que é material se divide em partes. Isto mostra que nenhuma alma humana pode morrer.

2.8 A Abordagem Aristotélica

- Há uma divergência histórica entre os lógicos "aristotélicos" e os lógicos "modernos" com relação à validade de certas formas de silogismos.
- Esta divergência é conseqüência de uma discordância sobre se os termos gerais (letras maiúsculas) podem ou não ser vazios (representarem classes/categorias que não possuem nenhum elemento).
- Compare os dois argumentos seguintes:

Todos os insetos são animais.

∴ Alguns animais são insetos.

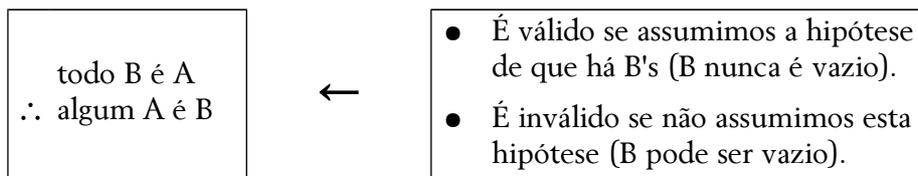
Todos os unicórnios são animais.

∴ Alguns animais são unicórnios.

- Intuitivamente, o primeiro argumento parece válido, enquanto o segundo parece inválido.
 - No entanto os dois argumentos têm a mesma forma lógica que é inválida segundo o teste estrela, e válida segundo o teste dos círculos de Euler:



- De acordo com o teste estrela, o argumento é inválido, mas, de acordo com o teste de Euler, o argumento é válido! O que está errado aqui?
- Quando lemos o primeiro argumento (insetos), tendemos a pressupor que há pelo menos um inseto, que o conjunto/classe de insetos não é vazio. Se assumimos este fato como uma premissa adicional (uma hipótese), então é bastante intuitivo que alguns animais são insetos, e que portanto o argumento é válido.
- Por outro lado, quando lemos o segundo argumento (unicórnios), não assumimos que há pelo menos um unicórnio.⁵ Sem esta premissa adicional (hipótese), é bastante intuitivo que não se segue a conclusão de que alguns animais são unicórnios.
- Temos então a seguinte situação:



● ABORDAGEM ARISTOTÉLICA

- Assume que todo termo geral (letra maiúscula) em um silogismo se refere a pelo menos um ser existente.
- Considera o argumento acima **válido**.
- O teste de Euler concorda com a abordagem aristotélica, enquanto que o teste estrela discorda.

● ABORDAGEM MODERNA

- Admite termos gerais (letras maiúsculas) vazios; ou seja, classes/conjuntos sem nenhum representante.
- Considera o argumento acima **inválido**.
- O teste estrela concorda com a abordagem moderna, enquanto que o teste de Euler discorda.

⁵ Unicórnios são criaturas míticas que são como cavalos, mas que têm um único chifre na testa. Uma vez que tais seres não existem, "unicórnio" é um termo vazio que não se refere a nenhum ser existente.

- A abordagem moderna é a preferida da maioria dos lógicos atuais, simplesmente porque nós freqüentemente raciocinamos sem pressupor que nossos termos gerias se refiram às entidades. Por exemplo, eu poderia dizer a vocês:

Todos os alunos que tiverem 100% de presença e tirarem 10 em todas as listas de exercícios serão aprovados com média 10, independentemente das notas que tirarem nas provas.

- Para esta regra valer e ser racionalmente compreendida e seguida, não precisamos pressupor que haverá algum aluno que satisfará suas condições.
 - É importante (pelo menos útil) que sejamos capazes de raciocinar também sobre termos gerais vazios. Por isso a abordagem moderna é a hegemônica hoje em dia.
- Apenas para que você saiba, para a GRANDE MAIORIA dos argumentos, as duas abordagens e os dois testes concordam.
 - Para TODOS os exercícios e exemplos deste capítulo, anteriores a este item, as duas abordagens concordam sobre o julgamento de validade dos argumentos.
- No entanto, o que devemos fazer diante de um argumento deste tipo, em que a abordagem aristotélica considera válido e a abordagem moderna considera inválido?
 - Devemos, como sempre, agir com bom senso. Devemos nos perguntar se temos segurança de que os termos gerais envolvidos no argumento não são vazios.
 - Se é bastante claro que os termos gerias não são vazios, então o melhor a fazer é usar a abordagem aristotélica.
 - Se não estamos seguros de que nenhum termo geral é vazio, ou seja, se pode ser que algum termo geral seja vazio, ou ainda, se sabemos que algum termo geral é vazio, então o melhor a fazer é usar a abordagem moderna.

2.8.1 Teste Estrela Aristotélico e Teste de Euler Moderno

- Apesar de o teste estrela, como foi apresentado, concordar com a abordagem moderna e discordar da aristotélica, e o contrário disso ocorrer com o teste de Euler, ambos os testes são flexíveis o suficiente para serem utilizados pelas duas abordagens mediante algumas modificações.
- Se quisermos utilizar o teste estrela para a abordagem aristotélica, basta utilizarmos esta versão:

TESTE ESTRELA ARISTOTÉLICO: Marque com uma estrela (*) as letras *distribuídas* das premissas e as letras *não distribuídas* da conclusão. O silogismo (na abordagem aristotélica - ou seja, pressupondo-se a premissa implícita de que não há termos gerais vazios) é **VÁLIDO** se e somente se cada letra maiúscula estiver marcada pelo menos uma vez e há exatamente uma estrela (*) no lado direito do silogismo.

- Se quisermos utilizar o teste dos Círculos de Euler para a abordagem moderna, basta fazermos a seguinte alteração na interpretação das fbfs "algum A é B" e "algum A não é B":

TESTE DE EULER MODERNO: <i>pressupõe-se que pode haver termos gerais vazios.</i>				
algum A é B				
algum A não é B				

- O símbolo "." indica que há pelo menos um indivíduo na região especificada do diagrama. Como o elemento "." não é colocado nos diagramas que representam as fbfs da forma "todo P é Q", então o silogismo seguinte, que é válido na abordagem aristotélica, passa a ser inválido no novo teste de Euler:

todo B é A \therefore algum A é B		<u>Inválido</u>	\rightarrow	Pois o desenho das premissas não inclui o elemento ".", enquanto que a conclusão só estaria bem representada com o elemento ".".
--	--	------------------------	---------------	--

- **PARABÉNS!**
- Você terminou o capítulo 2 e já aprendeu quase toda a lógica conhecida desde Aristóteles até a metade do século XIX.

- A Lógica Proposicional estuda argumentos cuja validade depende das expressões "se - então", "e", "ou", "não" e noções similares. Estudaremos este sistema neste capítulo e no seguinte.

3.1 Primeiras Traduções

- Criaremos uma nova **linguagem** formal, a **linguagem proposicional**, com regras precisas para construir argumentos e testar sua validade.
- Da mesma forma que a linguagem silogística, a linguagem proposicional nos ajudará a testar a validade de argumentos em português.
- O Vocabulário da linguagem proposicional é o seguinte:

Linguagem Proposicional - (ALFABETO e VOCABULÁRIO)	
LETRAS MAIÚSCULAS	representam sentenças declarativas . ⁶
parênteses: "(" e ")"	são usados para agrupar, como na matemática.
\sim	negação – "não"
\wedge	conjunção – "e"
\vee	disjunção – "ou"
\supset	implicação / condicional – "se-então"
\equiv	bi-implicação / bi-condicional – "se e somente se"

- Uma expressão gramaticalmente correta de nossa linguagem é chamada de **fbf**, ou fórmula bem-formada.
- As fbfs de nossa linguagem proposicional são seqüências de símbolos formadas de acordo com as seguintes regras gramaticais:

Regras de Construção de fbfs
1. Qualquer letra maiúscula é uma fbf.
2. Colocar "~" à esquerda de qualquer fbf resulta em uma fbf.
3. Juntar duas fbfs com " \wedge ", ou " \vee ", ou " \supset ", ou " \equiv " e colocar o resultado entre parênteses resulta em uma fbf.

- Vejamos alguns exemplos de fbfs que estas regras nos permitem construir:

⁶ Uma sentença declarativa é uma **afirmação que pode ser verdadeira ou falsa**. Por exemplo, "*Está chovendo.*" é uma sentença declarativa, mas "*Que horas são?*" não é. A primeira é sempre verdadeira ou falsa, enquanto que a segunda, sendo uma pergunta, não é nem verdadeira nem falsa.

P	=	Eu fui a Paris.
$\sim R$	=	Eu não fui ao Rio de Janeiro.
$(P \wedge \sim R)$	=	Eu fui a Paris e não fui a Rio de Janeiro.
$(N \supset (P \wedge \sim R))$	=	Se eu sou Napoleão, então eu fui a Paris e não fui ao Rio de Janeiro.

- Os parênteses podem ser complicados. Repare como estas fórmulas diferem:

<i>Errado:</i>	$(\sim Q)$	$\sim P \wedge Q$	$P \wedge Q \supset R$
<i>Correto:</i>	$\sim Q$	$(\sim P \wedge Q)$	$(P \wedge (Q \supset R))$
		$\sim(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \supset R)$

- Os parênteses são usados para evitar ambigüidade. Para cada símbolo " \wedge ", " \vee ", " \supset " ou " \equiv " as seguintes duas fórmulas diferem:

$(\sim P \wedge Q)$	=	Não-P e Q
$\sim(P \wedge Q)$	=	Não é verdade que P e Q

- A primeira sentença diz que P é falso e que Q é verdadeiro. A segunda diz apenas que não é verdade que P e Q são ambos verdadeiros (pelo menos um é falso).

$(P \wedge (Q \supset R))$	=	P, e se Q então R
$((P \wedge Q) \supset R)$	=	Se P e Q, então R

- A primeira sentença afirma que P é verdadeiro, e que caso Q seja verdadeiro, R também será. Já na segunda sentença, nada é afirmado sobre a verdade de P. Ela apenas afirma que se P e Q forem ambos verdadeiros, então R também será.
- Repare no uso da vírgula para diferenciar estas formas. Veja outros exemplos:

$(\sim A \vee B)$	=	Não A, ou B.
$\sim(A \vee B)$	=	Não é verdade que A ou B.
$((A \vee B) \supset C)$	=	Se A ou B, então C
$\sim(\sim A \wedge B)$	=	Não é verdade que não A e B

- Lembre-se que agora, na linguagem proposicional, as letras maiúsculas têm um papel diferente do que tinham na linguagem silogística. Lá elas substituíam termos gerais, mas aqui elas substituem sentenças declarativas completas.

<i>Errado:</i>	Daniel está com fome	=	$(D \wedge F)$
<i>Certo:</i>	Daniel está com fome	=	D

- Agora um exemplo mais sutil:

<i>Errado:</i>	Beto e Lia se casaram um com o outro	=	$(B \wedge L)$
<i>Certo:</i>	Beto e Lia se casaram um com o outro	=	C

- A primeira tradução está errada, porque a sentença não significa que "Beto se casou e Lia se casou", mas significa que "Beto casou com Lia". O "e" não liga duas sentenças declarativas, mas é interno a uma única sentença declarativa, que deve ser traduzida por uma única letra maiúscula.
- Veja a diferença:

Beto e Lia estão doentes	=	$(B \wedge L)$
--------------------------	---	----------------

- Aqui a formalização exige a conjunção (\wedge), porque a sentença significa que "Beto está doente e Lia está doente".
- Sentenças longas, como o exemplo abaixo podem ser confusas para traduzir:

Se tentativas de provar "Deus existe" falham da mesma maneira que nossas melhores provas para "Há outros seres conscientes além de mim," então a crença em Deus é razoável se e somente se a crença em outros seres conscientes é razoável.

- Concentre-se nos termos lógicos "se-então" e "não", e traduza parte por parte. Nossa sentença longa tem a seguinte forma:

"Se ... , então ... se e somente se ..."	=	$(F \supset (D \equiv O))$
--	---	----------------------------

- Como na linguagem silogística, não importa que letras você utiliza. O que importa é você usar sempre as mesmas letras para as mesmas idéias.
 - Por exemplo, se você usa P para "Fui a Paris", então use $\sim P$ para "Não fui a Paris".

EXERCÍCIO 3.1a

Traduza estas sentenças para fbfs da linguagem proposicional formal.

Exemplo:

Não A, e B

$(\sim A \wedge B)$

1. Não é verdade que A e B.
2. A e além disso, B ou C.
3. A e B, ou C.

4. Se A, então B ou C.
5. Se A então B, ou C.
6. Se não A, então não é verdade que B ou C.
7. Se não A, então não B ou C.
8. A ou B, e C.
9. A, ou B e C.
10. Se A, então não é verdade que não B e C.
11. Se aparecer uma mensagem de erro, então o disco está ruim ou é um disco Microsoft.
12. Se eu trouxer minha câmera digital, então, se minhas baterias não estiverem gastas, então eu tirei fotos de minha viagem e as colocarei em meu Orkut.
13. Se você não se exercitar e comer muito, então você vai engordar.
14. A escultura não é de Cellini ou Michelangelo.
15. Se não tenho R\$1,75 trocado ou um passe de ônibus, então não pego o ônibus.
16. Se Alecrim e Real Madrid jogarem um com o outro, então o Alecrim vencerá.
17. Você foi a Roma e Paris, ou você foi a Currais Novos.
18. Se ela comeu hamburger, então ela comeu porcaria. E, além disso, ela comeu batata frita.
19. Eu vou para Roma e Florença e você vai para Goianinha.
20. Todos são menininhos ou meninas.

3.2 Tabelas de Verdade Simples

- Seja P uma tradução para "Fui a Paris" e R uma tradução para "Fui ao Rio de Janeiro". Cada sentença pode ser *verdadeira* ou *falsa*:
 - P – "Fui a Paris"
 - R – "Fui ao Rio de Janeiro"
- **Verdadeiro** e **Falso** são **os dois valores de** verdade possíveis para qualquer sentença. Vamos representar o **verdadeiro** por "1" e o **falso** por "0".
- Como são duas sentenças, há 4 combinações possíveis de valores de verdade:

P	R		
0	0	–	Ambas são falsas
0	1	–	Apenas R é verdadeira
1	0	–	Apenas P é verdadeira
1	1	–	Ambas são verdadeiras

- No primeiro caso, não fui a Paris nem ao Rio. No segundo, fui ao Rio mas não a Paris. E assim por diante.
- Uma **tabela de verdade** apresenta um diagrama lógico para uma fbf. É uma lista com todas as combinações possíveis dos valores de verdade das letras da fbf, que afirma se a fbf é verdadeira ou falsa em cada caso.
- A Tabela de verdade para a **conjunção** (" \wedge " - "e") é bastante simples:

P	R	$(P \wedge R)$	
0	0	0	"Fui a Paris e Fui ao Rio"
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	

" $(P \wedge R)$ " é uma conjunção;
P e R são os conjuntos.

- A fbf " $(P \wedge R)$ " afirma que ambas as partes são verdadeiras. Então "Fui a Paris e Fui ao Rio" é falsa nas três primeiras linhas da tabela (onde uma ou ambas as partes são falsas) e verdadeira apenas na última linha.
- A seguinte tabela de equivalência de valores de verdade dá a mesma informação que a tabela acima:

$(0 \wedge 0) = 0$	–	$(\text{falso} \wedge \text{falso}) = \text{falso}$
$(0 \wedge 1) = 0$	–	$(\text{falso} \wedge \text{verdadeiro}) = \text{falso}$
$(1 \wedge 0) = 0$	–	$(\text{verdadeiro} \wedge \text{falso}) = \text{falso}$
$(1 \wedge 1) = 1$	–	$(\text{verdadeiro} \wedge \text{verdadeiro}) = \text{verdadeiro}$

- A expressão " $(0 \wedge 0) = 0$ " indica que uma conjunção (sentença com "e") é falsa quando ambos os conjuntos (partes) são falsas. As duas expressões seguintes (" $(0 \wedge 1) = 0$ " e " $(1 \wedge 0) = 0$ ") indicam que a conjunção é falsa se uma das partes é falsa e a outra verdadeira. Por fim, " $(1 \wedge 1) = 1$ " indica que uma conjunção é verdadeira quando ambas as partes são verdadeiras.
- Veja abaixo a tabela de verdade e as equivalências para a disjunção (" \vee " - "ou"):

P	R	$(P \vee R)$	
0	0	0	$(0 \vee 0) = 0$
0	1	1	$(0 \vee 1) = 1$
1	0	1	$(1 \vee 0) = 1$
1	1	1	$(1 \vee 1) = 1$

"Fui a Paris ou fui ao Rio"

" $(P \vee R)$ " é uma disjunção;
P e R são os disjuntos.

- A fbf " $(P \vee R)$ " afirma que pelo menos uma parte é verdadeira. Então "Fui a Paris ou fui ao Rio de Janeiro" é verdadeira se fui a uma ou ambas as cidades; é falsa se não fui a nenhuma destas cidades.
- Nosso símbolo de disjunção " \vee " representa o sentido *inclusivo* de "ou".
 - Em português nós podemos também usar "ou" no sentido exclusivo, afirmando que uma das partes é verdadeira, mas não as duas. Veja como traduzir estes dois sentidos de "ou" em nossa linguagem proposicional:

"ou" INCLUSIVO: A ou B ou ambos	=	$(A \vee B)$
"ou" EXCLUSIVO: A ou B mas não ambos	=	$((A \vee B) \wedge \sim(A \wedge B))$

- Veja abaixo a tabela de verdade e as equivalências para o condicional (" \supset " - "se...então")

P	R	$(P \supset R)$	"Se fui a Paris, então fui ao Rio"
0	0	1	$(0 \supset 0) = 1$
0	1	1	$(0 \supset 1) = 1$
1	0	0	$(1 \supset 0) = 0$
1	1	1	$(1 \supset 1) = 1$

"(P \supset R)" é um condicional;
P é o antecedente e
R é o conseqüente.

- A fbf "P \supset R" afirma que o único caso falso é quando a primeira parte (P) é verdadeira e a segunda (R) é falsa.
- Suponha que você diga a seguinte sentença:

"Se fui a Paris, então fui ao Rio."

- De acordo com a nossa tabela acima, o que você disse é verdade se você não foi a nenhuma das duas cidades, se você foi às duas ou se você foi ao Rio mas não a Paris. A única situação que torna falsa a sentença acima é se você foi a Paris, mas não ao Rio.
 - Isso parece correto a você? A maioria das pessoas acha que sim, mas algumas têm dúvida.
- Nossa tabela para o condicional (" \supset ") pode produzir resultados bem estranhos. Veja este exemplo:

"Se eu comi ovos no café-da-manhã, então o mundo acabará à meia-noite." (O \supset F)

- Suponha que eu não tenha comido ovos no café-da-manhã. Então O é falsa e, de acordo com nossa tabela para o condicional, "(O \supset F)" é verdadeira.
 - Isto é estranho, pois tendemos a tomar sentenças condicionais como esta como se afirmassem que o fato de eu comer ovos no café-da-manhã **causaria** o fim do mundo, o que obviamente torna a sentença falsa.
 - Isso nos mostra que a tradução da expressão "se...então" do português para " \supset " não parece satisfatória em todos os casos.
 - O nosso " \supset " simboliza uma versão simplificada de "se...então" que ignora elementos como conexões causais e seqüências temporais.
 - "(P \supset R)" tem um significado bastante simples. Ela apenas **nega** que tenhamos P-verdadeiro e R-falso:

$(P \supset R)$ Se P é verdadeiro, então R é verdadeiro.	=	$\sim(P \wedge \sim R)$ Não é o caso que P é verdadeiro e R é falso.
---	---	---

- Apesar de ser uma simplificação, esta tradução de "se...então" é bastante **útil**, pois ela captura o aspecto do "se...então" que normalmente determina a validade de argumentos.
 - Esta simplificação, geralmente funciona!
 - Nos poucos casos em que ela não funciona, usaremos traduções mais complicadas. Faremos isso, por exemplo, no capítulo sobre a lógica modal.

- As condições de verdade para " \supset " são difíceis de lembrar. A tabela abaixo ajuda a lembrarmos das equivalências para " \supset ":

Falsidade implica qualquer coisa.	$(0 \supset _) = 1$
Qualquer coisa implica verdade.	$(_ \supset 1) = 1$
Verdade não implica falsidade.	$(1 \supset 0) = 0$

- O slogan "*Falsidade implica qualquer coisa*", por exemplo, significa que uma sentença completa se-então é verdadeira se a primeira parte (o antecedente) for falso. Então:
 - "Se eu sou um bilionário, então ..." é VERDADEIRA, independentemente do que substitua "...", uma vez que eu não sou um bilionário.
- Veja abaixo a tabela de verdade e as equivalências para o **bi-condicional** (" \equiv " - "se-e-somente-se"):

P	R	$(P \equiv R)$	"Fui a Paris se e somente se fui ao Rio"
0	0	1	$(0 \equiv 0) = 1$
0	1	0	$(0 \equiv 1) = 0$
1	0	0	$(1 \equiv 0) = 0$
1	1	1	$(1 \equiv 1) = 1$

"(P \equiv R)" é um bi-condicional, também chamado de bi-implicação.

- A fbf " $P \equiv R$ " afirma que as duas partes têm o mesmo valor de verdade: ambas são verdadeiras ou ambas são falsas. Então " \equiv " se parece muito com "igual" ("=").
- Veja abaixo a tabela de verdade e as equivalências para a **negação** (" \sim " - "não"):

P	$\sim P$	"Não fui a Paris"
0	1	$\sim 0 = 1$
1	0	$\sim 1 = 0$

" $\sim P$ " é uma negação.

- A fbf " $\sim P$ " tem o valor oposto de "P". Se "P" é verdadeira, então " $\sim P$ " é falsa, e se "P" é falsa, então " $\sim P$ " é verdadeira.
- Estas tabelas são como uma "TABUADA" da lógica. Aprendê-las, memorizá-las é tão importante para lógica quanto aprender a tabuada é importante para a matemática.

EXERCÍCIO 3.2a

Calcule cada valor de verdade.

Exemplo:

$$(0 \wedge 1)$$

$$(0 \wedge 1) = 0$$

- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| 1. $(0 \vee 1)$ | 6. $(1 \wedge 0)$ | 11. $(0 \equiv 0)$ | 16. $(1 \vee 0)$ |
| 2. $(0 \wedge 0)$ | 7. $(1 \supset 1)$ | 12. $(1 \vee 1)$ | 17. $(1 \equiv 0)$ |
| 3. $(0 \supset 0)$ | 8. $(1 \equiv 1)$ | 13. $(1 \wedge 1)$ | |
| 4. ~ 0 | 9. $(0 \vee 0)$ | 14. $(1 \supset 0)$ | |
| 5. $(0 \equiv 1)$ | 10. $(0 \supset 1)$ | 15. ~ 1 | |

3.3 Valorações

- Podemos calcular o valor de verdade de uma fbf se soubermos os valores de verdade de suas letras. Considere este problema:

Suponha que $P = 1$, $Q = 0$ e $R = 0$.
Qual o valor de verdade da fbf " $((P \supset Q) \equiv \sim R)$ "?

- Para descobrir, escrevemos "1" no lugar de "P", "0" no lugar de "Q" e "0" também no lugar de "R". Então, simplificamos a expressão, de dentro para fora dos parênteses, utilizando as equivalências que aprendemos no item anterior (3.2). Vejamos:

$((P \supset Q) \equiv \sim R)$	←	fórmula original.
$((1 \supset 0) \equiv \sim 0)$	←	substituição das letras por "1" e "0".
$(0 \equiv 1)$	←	substituição de " $(1 \supset 0)$ " por "0" e de " ~ 0 " por "1".
0	←	substituição de " $(0 \equiv 1)$ " por "0".

- Concluimos, então que a fórmula é falsa! Fácil, não?!
- É preciso tomar cuidado com os parênteses. Como na matemática, precisamos "calcular" o que está dentro dos parênteses primeiro:

Certo: $4 \cdot (3 + 2) = 4 \cdot 5 = 20$
Errado: $4 \cdot (3 + 2) = 12 + 2 = 14$

Certo: $\sim(1 \vee 0) = \sim 1 = 0$
Errado: $\sim(1 \vee 0) = (\sim 0 \vee \sim 1) = (1 \vee 0) = 1$

- Não distribua a negação " \sim " para dentro de um parênteses. Primeiro calcule o que está dentro do parênteses depois aplique " \sim " ao resultado, como o exemplo correto acima.

EXERCÍCIO 3.3a

Assuma que $A=1$ e $B=1$ (A e B são ambos verdadeiros), enquanto que $X=0$ e $Y=0$ (X e Y são ambos falsos). Calcule o valor de verdade de cada fbf abaixo.

Exemplo:

$((A \vee X) \supset \sim B)$

$((1 \vee 0) \supset \sim 1)$
 $(1 \supset 0)$
 0

- | | | |
|---------------------------------|--|---|
| 1. $\sim(A \wedge X)$ | 7. $\sim(A \supset X)$ | 13. $(\sim X \vee \sim(\sim A \equiv B))$ |
| 2. $(\sim A \wedge \sim X)$ | 8. $(B \wedge (X \vee A))$ | 14. $(\sim Y \supset (A \wedge X))$ |
| 3. $\sim(\sim A \wedge \sim X)$ | 9. $(\sim(X \wedge A) \vee \sim B)$ | 15. $\sim((A \supset B) \supset (B \supset Y))$ |
| 4. $(A \supset X)$ | 10. $(\sim A \vee \sim(X \supset Y))$ | |
| 5. $(\sim X \equiv Y)$ | 11. $((A \wedge \sim X) \supset \sim B)$ | |
| 6. $(\sim B \supset A)$ | 12. $\sim(A \supset (X \vee \sim B))$ | |

3.4 Valorações com Elementos Desconhecidos

- Algumas vezes, podemos descobrir o valor de verdade de uma fórmula, mesmo quando não sabemos o valor de verdade de algumas de suas letras. Veja este exemplo:

Suponha que $P = 1$ e $Q = ?$ (desconhecido).
Qual o valor de verdade da fbf " $(P \vee Q)$ "?

- Primeiro substituímos "P" por "1" e "Q" por "?":

$(1 \vee ?)$

- Podemos apenas ver que esta expressão é verdadeira, uma vez que "OU" é verdadeiro quando pelo menos uma parte é verdadeira.
- Ou podemos testar as duas possibilidades. Como "?" pode ser "1" ou "0", escrevemos "1" acima de "?" e "0" abaixo de "?". Então, avaliamos a fórmula em cada um destes casos.

$1 = 1$
 $(1 \vee ?)$
 $0 = 1$

- A fórmula é verdadeira, porque é verdadeira nas duas possibilidades para o valor de "?".
- Vejamos outro exemplo:

Suponha que $P = 1$ e $Q = ?$ (desconhecido).
Qual o valor de verdade da fbf " $(P \wedge Q)$ "?

- Primeiro substituímos "P" por "1" e "Q" por "?":

$(1 \wedge ?)$

- Podemos apenas ver que o valor da expressão é desconhecido, uma vez que o valor da expressão completa depende da letra desconhecida.
- Ou podemos testar as duas possibilidades. Neste caso, escrevemos "1" acima de "?" e "0" abaixo de "?". Então, avaliamos a fórmula em cada caso.

$$\begin{array}{l} 1 = 1 \\ (1 \wedge ?) \\ 0 = 0 \end{array}$$

- O valor da fórmula é desconhecido, uma vez que pode ser tanto falso quanto verdadeiro, dependendo do valor da letra desconhecida.

EXERCÍCIO 3.4a

Assuma que $T=1$ (T é verdadeiro), $F=0$ (F é falso), e $U=?$ (U é desconhecido). Calcule o valor de verdade de cada fbf abaixo.

Exemplo:

$$(\sim T \wedge U)$$

$$(\sim 1 \wedge ?) = (0 \wedge ?) = 0$$

- | | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1. $(U \wedge F)$ | 4. $(\sim F \wedge U)$ | 7. $(U \supset \sim T)$ | 10. $(U \supset \sim F)$ |
| 2. $(U \supset \sim T)$ | 5. $(F \supset U)$ | 8. $(\sim F \vee U)$ | 11. $(U \wedge \sim T)$ |
| 3. $(U \vee \sim F)$ | 6. $(\sim T \vee U)$ | 9. $(T \vee U)$ | 12. $(U \vee V)$ |

3.5 Tabelas de Verdade Complexas

- Uma tabela de verdade para uma fbf é um diagrama que lista todas as combinações possíveis dos valores de verdade das letras da fbf, indicando, em cada caso, se a fbf completa é verdadeira ou falsa.
- Já fizemos tabelas de verdade simples. Vamos agora fazer algumas mais complexas.
- Se uma fbf tem n letras distintas, então há 2^n combinações possíveis para os valores de verdade destas letras.

A	A	B	A	B	C
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1
	1	0	0	1	0
	1	1	0	1	1
			1	0	0
			1	0	1
			1	1	0
			1	1	1

Uma letra dá 2 (2^1) combinações.
 Duas letras dá 4 (2^2) combinações.
 Três letras dá 8 (2^3) combinações.

n letras dá 2^n combinações.

- Para obter todas as combinações, alterne 0's e 1's abaixo da última letra mais à esquerda em todas as 2^n linhas. Então, na linha anterior, alterne 0's e 1's em grupos de 2, depois, na outra linha, alterne em grupos de 4.

- Veja os modelos acima!

A cada letra mais a esquerda, o tamanho do grupo de alternância dobra!

- Uma tabela de verdade para " $\sim(A \vee B)$ " inicia-se com a seguinte estrutura:

A	B	$\sim(A \vee \sim B)$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

- Em cima, do lado direito está a fbf e do lado esquerdo estão todas as letras presentes na fbf. Escrevemos cada letra apenas uma vez, independentemente do número de vezes que ela ocorre na fbf.
- Abaixo das letras, escrevemos todas as combinações de valores de verdade possíveis, uma em cada linha da tabela.
- Finalmente, calculamos o valor de verdade da fbf para cada linha.
- Em nosso exemplo, a primeira linha tem A e B ambos falsos, o que torna a fbf completa também falsa. Veja:

$\sim(A \vee \sim B)$	←	fórmula original
$\sim(0 \vee \sim 0)$	←	substituição de cada letra por "0"
$\sim(0 \vee 1)$	←	substituição de " ~ 0 " por "1"
~ 1	←	substituição de " $(0 \vee 1)$ " por "1"
0	←	substituição de " ~ 1 " por "0"

- Para calcular o valor de " $\sim(A \vee \sim B)$ " para as demais linhas, basta repetir o processo, substituindo A e B pelos valores indicados para A e B em cada uma das linhas. A tabela completa fica então:

A	B	$\sim(A \vee \sim B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

- Como apenas a linha 2 da tabela tem valor "1", esta tabela nos informa, então, que a fbf " $\sim(A \vee \sim B)$ " é verdadeira se e somente se A é falsa e B é verdadeira.
- Se você fizer a tabela de verdade para a fbf mais simples " $(\sim A \wedge B)$ ", verá que ela é equivalente a " $\sim(A \vee \sim B)$ ", ou seja, as duas tabelas possuem a mesma distribuição de "0's" e "1, s".

- Calcule os valores da fbf mais à direita e compare com os da fórmula que acabamos de calcular.

A	B	$\sim(A \vee \sim B)$	$(\sim A \wedge B)$
0	0	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	1	0	

- **SENTENÇAS CONTINGENTES:** dizemos que uma sentença (fbf) é *contingente*, quando é verdadeira em algumas situações, mas falsas em outras.
 - As duas sentenças da tabela acima são contingentes!
- Já a tabela de verdade para " $(P \vee \sim P)$ " é verdadeira em todos os casos, veja:

P	$(P \vee \sim P)$	
0	1	"Fui a Paris ou não fui a Paris"
1	1	

- **TAUTOLOGIAS:** dizemos que uma sentença (fbf) é uma tautologia quando ela é sempre verdadeira, em todas as situações.
 - As tautologias formam um grupo bastante especial e muito estudado de fbfs.
 - A tabela acima mostra que " $(P \vee \sim P)$ " é uma tautologia. Esta fbf é muito famosa. Ela afirma que toda sentença é verdadeira ou falsa. É conhecida como ***Lei do Terceiro Excluído***.
 - Esta lei é válida na lógica proposicional, uma vez que nós estipulamos, lá no início do capítulo, que as letras maiúsculas se referem a *sentenças declarativas* que são sempre ou verdadeiras ou falsas.
 - Mas esta lei não vale sempre para todas as sentenças em português, uma vez que nossa língua permite a construção de sentenças que são muito vagas para serem sempre ou verdadeiras ou falsas. Veja estes exemplos:
 - "Está chovendo" – quando apenas uma garoa extremamente fina e suave está caindo, esta sentença é verdadeira ou falsa?
 - "Verde e amarelo é uma combinação de cores horrorosa." – como julgar a verdade ou falsidade desta sentença?
 - "—imperativo categórico--"
 - "A existência precede a essência."
- Já a tabela de verdade para a sentença " $(P \wedge \sim P)$ " é falsa em todos os casos. Veja:

P	$(P \wedge \sim P)$	
0	0	"Fui a Paris e não fui a Paris"
1	0	

- **CONTRADIÇÕES:** dizemos que uma sentença (fbf) é uma contradição quando ela é sempre falsa, em todas as situações.
 - A tabela acima mostra que " $(P \wedge \sim P)$ " é uma contradição.
 - " $(P \wedge \sim P)$ " é sempre falsa na lógica proposicional, pois um de nossos pressupostos é que "P" sempre se refere à mesma sentença.
 - A língua portuguesa é menos precisa e nos permite modificar suavemente o sentido de uma frase no meio de uma sentença. Veja:
 - "Fui a Paris e não fui a Paris" pode expressar uma sentença verdadeira quando, por exemplo, lhe damos este significado:
 - "Fui a Paris (pois o avião em que viajava pousou no aeroporto de Paris), mas eu não estive de fato lá (pois meu vôo fez apenas uma escala em Paris e eu nem saí do avião).
 - Devido a esta mudança de significado na idéia de "ter ido a Paris", esta sentença seria melhor traduzida na linguagem proposicional por " $(P \wedge \sim Q)$ ".

EXERCÍCIO 3.5a

Faça a tabela de verdade para cada fórmula abaixo.

Exemplo:

P	Q	R	$((P \vee Q) \supset R)$	contas / rascunho
0	0	0	1	$((0 \vee 0) \supset 0) = (0 \supset 0) = 1$
0	0	1	1	$((0 \vee 0) \supset 1) = (0 \supset 1) = 1$
0	1	0	0	$((0 \vee 1) \supset 0) = (1 \supset 0) = 0$
0	1	1	1	$((0 \vee 1) \supset 1) = (1 \supset 1) = 1$
1	0	0	0	$((1 \vee 0) \supset 0) = (1 \supset 0) = 0$
1	0	1	1	$((1 \vee 0) \supset 1) = (1 \supset 1) = 1$
1	1	0	0	$((1 \vee 1) \supset 0) = (1 \supset 0) = 0$
1	1	1	1	$((1 \vee 1) \supset 1) = (1 \supset 1) = 1$

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $(P \equiv \sim Q)$ | 4. $((P \wedge \sim Q) \supset R)$ | 7. $(\sim Q \supset \sim P)$ |
| 2. $(\sim P \wedge Q)$ | 5. $((P \equiv Q) \supset Q)$ | 8. $(P \equiv (P \wedge P))$ |
| 3. $(P \vee (Q \wedge \sim R))$ | 6. $((P \vee \sim Q) \supset R)$ | 9. $\sim(P \wedge (Q \vee \sim R))$ |

3.6 O Teste da Tabela de Verdade

Dado um argumento proposicional, construa uma tabela de verdade que expresse os valores de verdade de todas as premissas e da conclusão em todos os casos possíveis. O argumento é **VÁLIDO** se e somente se nenhum caso possível (nenhuma linha da tabela) tem todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

- Suponha que queiramos testar o seguinte argumento inválido:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	$(C \supset A)$
Você não é um cachorro.	$\sim C$
\therefore Você não é um animal.	$\therefore \sim A$

- Primeiro fazemos uma tabela de verdade para as premissas e a conclusão. Iniciamos da seguinte forma:

C	A	$(C \supset A),$	$\sim C$	$\therefore \sim A$
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

- Depois, avaliamos as três fbfs para cada combinação de valores de verdade (cada linha). A primeira combinação tem $C = 0$ e $A = 0$, o que torna todas as três fbfs verdadeiras. Veja:

$(C \supset A)$	$\sim C$	$\sim A$
$(0 \supset 0)$	~ 0	~ 0
1	1	1

- Assim, a primeira linha da tabela fica:

C	A	$(C \supset A),$	$\sim C$	$\therefore \sim A$
0	0	1	1	1

- Após completarmos de modo similar as outras três linhas, a tabela fica:

C	A	$(C \supset A),$	$\sim C$	$\therefore \sim A$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	0	0

← **Inválido**

- O argumento é inválido pois um caso possível (linha da tabela) tem todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.
- O caso em questão é um em que você não é um cachorro, mas é uma animal! Quem sabe um gato?
- Considere o seguinte argumento válido:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	$(C \supset A)$
Você é um cachorro.	C
\therefore Você é um animal.	$\therefore A$

- Novamente, fazemos a tabela de verdade para as premissas e conclusão:

C	A	$(C \supset A),$	C	$\therefore A$	Válido
0	0	1	0	0	
0	1	1	0	1	
1	0	0	1	0	
1	1	1	1	1	

- O argumento é válido porque nenhum caso possível (linha da tabela) tem as premissas todas verdadeiras e a conclusão falsa.
- Há uma forma mais curta de fazermos o teste da tabela de verdade. Lembre-se que quando fazemos o teste, estamos procurando por linhas "110" (premissas todas verdadeiras e conclusão falsa). O argumento é inválido se há alguma linha "110" na tabela.
- Para ganhar tempo, podemos primeiro avaliar uma fbf fácil e, a partir desta avaliação, eliminamos todas as linhas que não podem mais tornar-se "110". No nosso exemplo anterior, poderíamos trabalhar primeiro a fbf "C". Veja:

C	A	$(C \supset A),$	C	$\therefore A$
0	0	-----	---0---	----
0	1	-----	---0---	----
1	0		1	
1	1		1	

- As primeiras duas linhas não podem ser "110", uma vez que o segundo dígito é "0". Então nós as eliminamos e ignoramos seus outros valores.
- As duas últimas linhas podem ser "110", então precisamos continuar trabalhando nelas. Podemos, a seguir, avaliar "A" (pois é uma fbf mais simples que " $(C \supset A)$ "):

C	A	$(C \supset A),$	C	$\therefore A$
0	0	-----	---0---	----
0	1	-----	---0---	----
1	0		1	0
1	1	-----	---1---	--1-

- A última linha não pode ser "110" (uma vez que o último dígito é 1). Então, também a eliminamos. Desta forma, temos que avaliar " $(C \supset A)$ " em apenas um caso (a linha 3). Como neste único caso " $(C \supset A)$ " é falsa, não há nenhuma linha "110" na tabela, e portanto o argumento é válido:

C	A	$(C \supset A),$	C	$\therefore A$	Válido
0	0	-----	---0---	----	
0	1	-----	---0---	----	
1	0	-----0-----	---1---	--0-	
1	1	-----	---1---	--1-	

- Esta forma mais curta pode eliminar MUITO trabalho, quando há fbfs mais longas em um argumento.
- Se o argumento tiver três premissas, ao invés de procurarmos linhas "110", temos que procurar por "1110". Seja qual for o número de premissas, procuramos sempre por um caso em que as premissas são todas verdadeiras e a conclusão falsa. O argumento será válido se e somente se este caso nunca ocorre.
- **UM AVISO:** o teste da tabela de verdade pode se tornar BASTANTE tedioso para argumentos mais longos. Em um argumento com 6 letras, a tabela de verdade terá 64 linhas! Em um com 10 letras são necessárias 1024 linhas (2^{10}). Então usaremos o teste da tabela de verdade apenas para argumentos bastante simples. Mais adiante aprenderemos métodos mais práticos e eficientes.
- **OUTRO AVISO:** quando o resultado de um teste para um argumento dá INVÁLIDO, isto significa que ou o argumento é mesmo inválido, ou ele pode até ser válido, mas sua validade se fundamenta em questões que vão além do sistema em questão.
 - **EXEMPLO:** considere o argumento: "Isto é verde, logo há algo que é verde". Traduzido para a linguagem proposicional este argumento seria: " $I \therefore V$ ". O teste da tabela de verdade dá "inválido" para este argumento. Mas este argumento é, na verdade, válido. No entanto, sua validade não se baseia no significado das palavras "e – ou – não – se-então" e, por isso, não é captada neste teste. Só entenderemos o motivo de sua validade no capítulo de lógica quantificacional.

EXERCÍCIO 3.6a

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente, depois formalize-o na linguagem proposicional, utilizando as letras sugeridas e faça o teste da tabela de verdade para decidir se é válido ou não.

Exemplo: (na próxima página)

Está na minha mão esquerda ou na minha mão direita. Não está na minha mão esquerda. ∴ Está na minha mão direita. [use E e D]						
E	D	$(E \vee D)$;	$\sim E$	∴ D	rascunho / contas	Não há linha "110" na tabela. Isso indica que não há nenhuma circunstância em que as premissas são todas verdadeiras e a conclusão é falsa. Logo o argumento é VÁLIDO .
0	0	0	1	0	$(0 \vee 0) = 0$	
0	1	-----	----	---1---		
1	0	-----	--0--	0		
1	1	-----	----	---1---		

OBSERVAÇÃO: os trechos nos quadros não fazem parte dos argumentos, são apenas comentários.

- Se você for um doberman, então você é um cachorro.
Você é um cachorro.
∴ Então você é um doberman. [Use as letras D e C para formalizar]
- Se você for um doberman, então você é um cachorro.
Você não é um cachorro.
∴ Você não é um doberman. [Use D e C]
- Se a televisão está sempre certa, então o FHC é melhor do que o Lula.
Se a televisão está sempre certa, o FHC não é melhor do que o Lula.
∴ A televisão não está sempre certa. [Use T e M]
- Se chover e sua barraca tiver goteiras, então você se molhará.
Sua barraca não tem goteiras.
∴ Você não se molhará. [use C, G e M]
- Se eu conseguir permissão do IBAMA e formar um grupo, então vou explorar o Lagedo Soledade nas férias.
Eu formei um grupo.
Eu não consegui permissão do IBAMA.
∴ Eu não vou explorar o Lagedo Soledade nas férias. [Use P, G e L]
- Existe uma lei moral objetiva.
Se existe uma lei moral objetiva, então há uma fonte para a lei moral.
Se há uma fonte para a lei moral, então há um Deus. Alega-se que outras fonte possíveis, como a

sociedade, ou o indivíduo não funcionam.

∴ Há um Deus. [Use M, F e D]

(argumento de C. S. Lewis)

7. Se a ética depende da vontade de Deus, então algo só é bom porque é desejado por Deus.
Não é verdade que algo só é bom porque é desejado por Deus.

Ao contrário, Deus desejaria uma coisa por ela já ser boa.

∴ A ética não depende da vontade de Deus. [Use D e B]

(argumento de Platão, no Eutífron)

8. É um fato empírico que as constantes físicas básicas são precisamente dispostas na estreita faixa requerida para que a vida seja possível.

Este princípio antrópico é baseado em consideráveis evidências.

A melhor explicação para este fato é que as constantes físicas básicas foram causadas por um ser inteligente com a intenção de produzir vida.

As principais alternativas são explicações por "coincidência probabilística" ou por "universos paralelos"

Se estas duas afirmações estão corretas, então, é razoável acreditar que a estrutura básica do mundo foi definida por um ser inteligente (Deus) com intenção de produzir vida.

∴ É razoável acreditar que a estrutura básica do mundo foi definida por um ser inteligente (Deus) com intenção de produzir vida. [Use E, M e R]

(argumento de Peter Glynn)

9. Vou passar férias em Paris se e somente se eu ganhar na loteria.
Não vou ganhar na loteria.

∴ Não vou passar férias em Paris. [Use P e L]

10. Se tivéssemos um conceito simples apropriado de Deus, então teríamos experiência direta de Deus e não poderíamos duvidar de sua existência.

Não temos experiência direta de Deus.

∴ Podemos duvidar da existência de Deus. [Use C, E, D]

11. Se há um Deus, então Deus criou o universo.

Se Deus criou o universo, então a matéria não existiu sempre.

A matéria sempre existiu.

∴ Não há um Deus. [Use D, C e M]

12. Se este canal está fluindo, então a nascente morro acima tem água ou este canal tem outra fonte.

Este canal não tem outra fonte.

Este canal não está fluindo

∴ A nascente morro acima não tem água. [Use C, N, F]

3.7 O Teste da Atribuição de Valores de Verdade

Dado um argumento proposicional, atribua à cada premissa o valor "1" e à conclusão o valor "0". O argumento é **VÁLIDO** se e somente se não há nenhuma forma consistente de distribuir "1,s" e "0,s" às letras de modo a fazer esta atribuição funcionar. Neste caso, não há como as premissas serem todas verdadeiras e a conclusão falsa.

- Suponha que queiramos testar este argumento válido:

Está em minha mão esquerda ou na direita.	$(E \vee D)$
Não está em minha mão esquerda.	$\sim E$
∴ Está na minha mão direita.	∴ D

- Primeiro, atribua "1" a cada premissa e "0" à conclusão (apenas para ver se isso funciona):

$$\begin{aligned}(E \vee D) &= 1 \\ \sim E &= 1 \\ \therefore D &= 0\end{aligned}$$

- Então, descobrimos os valores do máximo de letra que pudermos. Neste caso, a conclusão do argumento está nos dizendo que "D" é falso, ou seja, o valor de "D" é "0".
- Indicamos este fato, no argumento, escrevendo "0" como um índice superior após cada D:

$$\begin{aligned}(E \vee D^0) &= 1 \\ \sim E &= 1 \\ \therefore D^0 &= 0\end{aligned}$$

- Na segunda premissa, temos $\sim E$ verdadeiro, então, E é falso. Podemos, então, escrever "0" como índice superior também em cada ocorrência de E:

$$\begin{aligned}(E^0 \vee D^0) &= 1 \\ \sim E^0 &= 1 \\ \therefore D^0 &= 0\end{aligned}$$

- Mas se calcularmos o valor da primeira premissa, de acordo com os índices que colocamos em suas letras, veremos que ela é falsa (0), pois quando as duas partes de uma disjunção (sentença OU) são falsas, a disjunção toda é falsa:

$\frac{\quad}{\circ}$ $(E^\circ \vee D^\circ) \neq 1$ $\sim E^\circ = 1$ $\therefore D^\circ = \circ$	Válido
---	---------------

- Como \circ não é 1, então cortamos o "=" da primeira premissa. É impossível fazer as premissas serem todas verdadeiras e a conclusão falsa, uma vez que esta tentativa fez nossa primeira premissa ser ambos, "1" e "o". Portanto, o argumento é válido.

RECAPITULANDO: ao fazer o teste, primeiro atribuímos "1" às premissas e "o" à conclusão. Então descobrimos os valores de verdade das letras e, depois, os valores de verdade das fórmulas mais longas. Se o valor calculado para alguma fbf for diferente da atribuição inicial (alguma premissa resultar "o" ou a conclusão resultar "1") então atribuição inicial ("1" para cada premissa e "o" para a conclusão) é impossível e, portanto, o argumento é válido.

- Considere este argumento inválido:

Está em minha mão esquerda ou na direita.	$(E \vee D)$
Não está em minha mão esquerda.	$\sim E$
\therefore Não está na minha mão direita.	$\therefore \sim D$

- Novamente, primeiro atribuímos "1" a cada premissa e "o" à conclusão:

$\frac{\quad}{1}$ $(E \vee D) = 1$ $\sim E = 1$ $\therefore \sim D = \circ$

- Então, descobrimos que E é falso (uma vez que a premissa 2 indica que $\sim E$ é verdadeiro) e D é verdadeiro (uma vez que a conclusão indica que $\sim D$ é falso).
- Feito isso, colocamos tais valores como índices das letras do argumento e calculamos o valor da premissa 1, que neste caso é verdadeira. Veja:

$\frac{\quad}{1}$ $(E^\circ \vee D^1) = 1$ $\sim E^\circ = 1$ $\therefore \sim D^1 = \circ$	Inválido
---	-----------------

- Como nós conseguimos fazer todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, então o argumento é **inválido**.

- Uma tabela de verdade dá exatamente o mesmo resultado quando $E=0$ e $D=1$. Veja:

E	D	$(E \supset D),$	$\sim E$	$\therefore \sim D$	← Inválido
0	1	1	1	0	

- Vejamos mais um argumento inválido:

Está em minha mão esquerda ou na direita.	$(E \vee D)$
\therefore Está na minha mão direita.	$\therefore D$

- Ao trabalharmos o teste, obtemos que D é falso, mas não obtemos valor para E:

$(E \vee D^0) = 1$ $\therefore D^0 = 0$

- Como o valor de E é importante para o valor da premissa, podemos tentar ambos os valores para E (primeiro verdadeiro e depois falso). O argumento será inválido, se qualquer dos valores tornar as premissas todas verdadeiras e a conclusão falsa. Neste caso, fazer E verdadeiro nos dá este resultado (inválido):

$\frac{1}{(E^1 \vee D^0) = 1}$ $\therefore D^0 = 0$	Inválido
---	-----------------

EXERCÍCIO 3.7a

Para cada argumento abaixo, faça o teste da atribuição de valores de verdade e decida se ele é válido ou não.

Exemplo:

$(K \supset (I \vee S))$ $\sim I$ K $\therefore S$	$\frac{0}{(K^1 \supset (I^0 \vee S^0)) \neq 1}$ $\sim I^0 = 1$ $K^1 = 1$ $\therefore S^0 = 0$	VÁLIDO , pois a incompatibilidade nos valores da primeira premissa mostra que não é possível atribuir valores de verdade às letras do argumento que resulte em todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa (1110).
---	---	--

$$\begin{array}{l}
 1. \quad \sim(N \equiv H) \\
 \quad N \\
 \quad \therefore \sim H
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2. \quad ((J \wedge \sim D) \supset Z) \\
 \quad \sim Z \\
 \quad D \\
 \quad \therefore \sim J
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3. \quad ((T \vee M) \supset Q) \\
 \quad M \\
 \quad \therefore Q
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4. \quad P \\
 \quad \therefore (P \wedge Q)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5. \quad ((L \wedge F) \supset S) \\
 \quad S \\
 \quad F \\
 \quad \therefore L
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6. \quad (A \wedge U) \supset \sim B) \\
 \quad B \\
 \quad A \\
 \quad \therefore \sim U
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 7. \quad ((W \wedge C) \supset Z) \\
 \quad \sim Z \\
 \quad \therefore \sim C
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 8. \quad Q \\
 \quad \therefore (P \supset Q)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 9. \quad (E \vee (Y \wedge X)) \\
 \quad \sim E \\
 \quad \therefore X
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 10. \quad (\sim T \supset (P \supset J)) \\
 \quad P \\
 \quad \sim J \\
 \quad \therefore T
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 11. \quad \sim P \\
 \quad \therefore \sim(Q \supset P)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 12. \quad ((\sim M \wedge G) \supset R) \\
 \quad \sim R \\
 \quad G \\
 \quad \therefore M
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 13. \quad \sim(Q \equiv I) \\
 \quad \sim Q \\
 \quad \therefore I
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 14. \quad ((Q \wedge R) \equiv S) \\
 \quad Q \\
 \quad \therefore S
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 15. \quad A \\
 \quad \sim A \\
 \quad \therefore B
 \end{array}$$

EXERCÍCIO 3.7b

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente, depois formalize-o na linguagem proposicional e faça o teste da atribuição de valores de verdade para decidir se é válido ou não.

Exemplo:

Se nosso país se enfraquecer, haverá guerra. Nosso país não se enfraquecerá. \therefore Não haverá guerra.	E – nosso país se enfraquece. G – há guerra.
$ \frac{1}{(E^0 \supset G^1)} = 1 $ $ \sim E^0 = 1 $ $ \therefore \sim G^1 = 0 $	INVÁLIDO , pois foi possível obter uma atribuição de valores de verdade às letras do argumento ($E=0$ e $G=1$) na qual as duas premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa (110). E isto contradiz a definição de validade.

OBSERVAÇÃO: os trechos nos quadros não fazem parte dos argumentos, são apenas comentários.

1. Algumas coisas são causadas.

trazidas à existência.

Qualquer coisa causada é causada por outra coisa.

Se algumas coisas são causadas e qualquer coisa causada é causada por outra coisa, então ou há uma primeira causa, ou há uma série infinita de causas passadas.

Não há uma série infinita de causas passadas.

∴ Há uma primeira causa.

(Uma "primeira causa", freqüentemente identificada com Deus, é a causa que, ela própria, não é causada por nenhuma outra. Este argumento é de Tomás de Aquino.)
2. Se você passa a bola e seu passe é interceptado, então o outro time fica com a bola.

Você passa a bola.

Você não é interceptado.

∴ O outro time não fica com a bola.
3. Se Deus existe no entendimento e não na realidade, então um ser mais perfeito que Deus é concebível.

um ser similar a Deus, mas que exista na realidade.

Não é concebível um ser mais perfeito que Deus.

uma vez que Deus é definido como "o ser tal que nenhum mais perfeito pode ser concebido".

Deus existe no entendimento.

pois temos uma idéia e um conceito de Deus.

∴ Deus existe na realidade.

(Este é o famoso ARGUMENTO ONTOLÓGICO de Sto. Anselmo sobre a existência de Deus. Um dos argumentos mais discutidos em toda a história da Filosofia.)
4. Se a existência é uma perfeição e Deus, por definição, tem todas as perfeições, então Deus, por definição, tem que existir.

Deus, por definição, tem todas as perfeições.

A existência é uma perfeição.

∴ Deus, por definição, tem que existir.

(argumento de René Descartes)
5. Se temos sensações de supostos objetos materiais e, no entanto, os objetos materiais não existem, então Deus é um enganador.

Deus não é um enganador.

Nós temos sensações de supostos objetos materiais.

∴ Os objetos materiais existem.

(argumento de René Descartes – que então baseava nosso conhecimento do mundo material exterior em nosso conhecimento de Deus.)
6. Se o bem é definido em termos experimentais, então os julgamentos éticos são cientificamente demonstráveis e a ética tem base racional.

Os julgamentos éticos não são cientificamente demonstráveis.

∴ A ética não tem base racional.

7. Se para mim é correto mentir e para você não é correto mentir, então há uma diferença relevante entre nossos casos.
Não há diferença relevante entre nossos casos.
Para você, não é correto mentir.
∴ Para mim, não é correto mentir.
8. Se a teoria gravitacional de Newton é correta e não há um planeta ainda não descoberto próximo a Urano, então a órbita de Urano deveria ser tal-e-tal.
A teoria gravitacional de Newton é correta.
A órbita de Urano não é tal-e-tal.
∴ Há um planeta ainda não descoberto próximo a Urano.
(Foi este argumento que levou à descoberta do planeta Netuno.)
9. Se tentativas de provar "Deus existe" falham da mesma forma que nossos melhores argumentos para provar "Há outros seres conscientes além de mim mesmo", então a crença em Deus é razoável se e somente se a crença em outros seres conscientes é razoável.
Tentativas de provar "Deus existe" falham da mesma forma que nossos melhores argumentos para provar "Há outros seres conscientes além de mim mesmo".
A crença em outros seres conscientes é razoável.
∴ A crença em Deus é razoável.
(Argumento de Alvin Plantinga.)
10. Se você fez a mala com inteligência, então este ursinho será útil na escalada ou você não o colocará na mochila.
Este ursinho não será útil na escalada.
Você não colocará o ursinho na mochila.
∴ Você fez a mala com inteligência.
11. Se o conhecimento é sensação, então porcos têm conhecimento.
Porcos não têm conhecimento.
∴ Conhecimento não é sensação.
(Argumento de Platão.)
12. Se a pena de morte é justificada e a justiça não demanda a vingança por injustiças passadas, então a pena de morte reforma (educa) o acusado ou desencoraja eficientemente os criminosos.
A pena de morte não reforma (educa) o acusado.
A pena de morte não desencoraja eficientemente os criminosos.
∴ A pena de morte não é justificada.

13. Se a crença em Deus fosse uma questão puramente intelectual, então todas as pessoas inteligentes seriam crentes ou todas as pessoas inteligentes seriam não-crentes.
Nem todas as pessoas inteligentes são crentes.
Nem todas as pessoas inteligentes são não-crentes.
∴ A crença em Deus não é uma questão puramente intelectual.
[Do teólogo jesuíta John Powell.]
14. Se você está perdido, então deveria pedir ajuda ou seguir rio abaixo.
Você está perdido.
∴ Você deveria pedir ajuda.
15. Se maximizar o prazer humano é sempre bom e o prazer sadista de torturar um cachorro maximiza o prazer humano, então o ato sadista é bom.
O ato sadista de torturar um cachorro maximiza o prazer humano.
O ato sadista de torturar um cachorro não é bom.
∴ Maximizar o prazer humano não é sempre bom.
16. Se há conhecimento, então ou algumas coisas são conhecidas sem provas ou nós podemos provar cada premissa por argumentos prévios infinitamente.
Nós não podemos provar todas as premissas por argumentos prévios infinitamente.
Há conhecimento.
∴ Algumas coisas são conhecidas sem provas.
[De Aristóteles.]
17. Se você abriu seu computador ou se não o registrou quando o comprou, então ele perdeu a garantia.
Você não abriu seu computador.
Você registrou seu computador quando o comprou.
∴ Seu computador não perdeu a garantia
18. Se “*X é bom*” significa “*Viva X!*” e além disso faz sentido dizer “*Se X é bom,*” então também faz sentido dizer “*Se viva X!*”.
Faz sentido dizer “*Se X é bom*”.
Não faz sentido dizer “*Se viva X!*”.
∴ “*X é bom*” não significa “*Viva X!*”.
[De Hector-Néri Castañeda.]
19. Se temos uma idéia de substância, então “substância” se refere a sensações simples ou a complexos construídos por sensações simples.
“Substância” não se refere sensações simples.
∴ Nós não temos uma idéia de substância.
[De David Hume]

20. Se temos uma idéia de “substância” e a nossa idéia de substância não deriva de sensações, então “substância” é uma categoria de pensamento da razão pura.
- Nossa idéia de substância não deriva de sensações.
- Nós temos uma idéia de “substância”.
- ∴ “Substância” é uma categoria de pensamento da razão pura.

[De Immanuel Kant.]

21. Se “bom” significa “socialmente aprovado”, então o que é socialmente aprovado é necessariamente bom.
- O que é socialmente aprovado não é necessariamente bom.
- ∴ “Bom” não significa “socialmente aprovado”.

[Generalizando o ultimo argumento, G. E. Moore declarou que nós não podemos definir “bom” em termos de qualquer termo empírico “T” – como “desejado” ou “socialmente aprovado.”]

22. Se “bom” significa “T”, o que é T é necessariamente bom.

O que é T não é necessariamente bom.

Nós podemos dizer consistentemente “algum T pode não ser bom” sem violar o significado de “bom”.

∴ “Bom” não significa “T”.

23. Se o realismo moral (a crença em verdades morais objetivas) fosse verdadeiro, então ele deveria explicar a diversidade moral no mundo.
- O realismo moral não consegue explicar a diversidade moral no mundo.
- ∴ Realismo moral não é verdadeiro.

3.8 Traduções mais Complexas

- Vamos agora aprender a traduzir para a linguagem proposicional argumentos com expressões mais complexas em português.
- Vejamos três regras importantes:

(1) Traduza “mas”, “porém”, “contudo”, ... por “e”⁷

“O América jogou mas perdeu” = $(J \wedge P)$.

- A tradução perde o contraste (ou surpresa), mas isso não afeta a validade.

(2) Traduza “a menos que” por “ou”.

⁷ Todas as conjunções adversativas são traduzidas como “e”.

"Você morrerá, a menos que respire"	=	$(M \vee R)$	=	$(R \vee M)$
"A menos que você respire, você morrerá"	=	$(M \vee R)$	=	$(R \vee M)$

- "A menos que" também pode ser traduzido por "se não...então...". Então, poderíamos usar " $(\sim R \supset M)$ ": "Se você não respirar, você morrerá".

(3) A parte após "apenas se" ou "só se" é o conseqüente de um condicional
<u>Ou seja:</u> substitua "apenas se" ou "só se" por " \supset "

"Concordarei apenas se você me pagar mil reais."	=	$(C \supset P)$
"Apenas concordarei se você me pagar mil reais."	=	$(C \supset P)$
"Só concordarei se você me pagar mil reais."	=	$(C \supset P)$
"Concordarei só se você me pagar mil reais."	=	$(C \supset P)$

- A ordem das letras não importa com os conectivos " \wedge ", " \vee " ou " \equiv ".
- As duas regras seguintes são mais complicadas.

(4) A parte após "se", ("desde que", "assumindo que", ...) é o antecedente de um condicional (a parte anterior ao símbolo " \supset ").

"Se você for um cachorro, então você é um animal"	=	$(C \supset A)$
"Desde que você seja um cachorro, você é um animal"	=	$(C \supset A)$
"Se você é um cachorro, então você é um animal"	=	$(C \supset A)$
"Você é um animal se você for um cachorro"	=	$(C \supset A)$
"Você é um animal, desde que você seja um cachorro"	=	$(C \supset A)$

- Veja uma regra para traduzir "suficiente" e "necessário"

"A é suficiente para B"	significa	"Se A então B"
"A é necessário para B"	significa	"Se não A então não B"
"A é necessário e suficiente para B"	significa	"A se e somente se B"

"É suficiente você estar em Goianinha para estar no Brasil"	=	$(G \supset B)$
"É necessário você estar no Brasil para estar em Goianinha"	=	$(\sim B \supset \sim G)$
"Ser norterriograndense é necessário e suficiente para ser potiguar"	=	$(N \equiv P)$

- **UM AVISO:** estas regras todas são apenas uma pequena parte de todas as possibilidades de tradução. E são também um pouco "grosseiras". Nem sempre funcionam ao pé da letra. Muitas vezes, você tem que tentar descobrir o sentido de uma sentença por si próprio. Use o bom senso e tenha paciência.

EXERCÍCIO 3.8a

Traduza as seguintes sentenças português para fbf's da linguagem proposicional formal.

Exemplo:

Seu carro liga (L) apenas se há combustível (C).

$(L \supset C)$

1. Se ela for, então você ficará sozinho, mas eu estarei aqui.
2. Seu carro liga apenas se há combustível.
3. Me demitirei a menos que você me dê um aumento.
4. Tirar 10 na quarta prova é uma condição suficiente para ser aprovado.
5. Ter média superior a 5 é uma condição necessária para ser aprovado.
6. Você é um ser humano se e somente se for um animal racional.
7. A menos que tenha fé, você morrerá.
8. Ela não disse isso, nem mesmo sugeriu isso.
9. Tirar pelo menos 9 é uma condição necessária e suficiente para ter conceito A.
10. Apenas se você se exercita, Você está completamente vivo.
11. Eu irei, desde que você também vá.
12. Ter uma crença verdadeira é uma condição necessária para ter conhecimento.
13. Você pode escolher batata assada ou batata frita, mas não ambas.
14. Você está errado se diz isso.

3.9 Encontrando e Reconstruindo Argumentos

- Nossos argumentos, até aqui, estavam todos escritos em um formato claro e direto, com as premissas antecedendo a conclusão, indicada por "∴".
- Mas já sabemos que na vida real não é desta forma que os argumentos nos chegam. Ao contrário, muitas vezes temos que reorganizar as sentenças, descobrir quem são as premissas e a conclusão e, até, encontrar premissas não explicitamente apresentadas.
- Conforme vimos no capítulo anterior, algumas expressões do português estão comumente relacionadas com as premissas de um argumento, e algumas outras com a conclusão.
- A tabela seguinte apresenta as expressões mais comuns que costumam indicar premissas e conclusões dos argumentos:

Expressões que normalmente

Expressões que normalmente

Indicam Premissas
<p>porque visto que uma vez que afinal de contas desde que pois assuma que é sabido que por causa de</p>

Indicam a Conclusões
<p>logo, portanto, por conseguinte, sendo assim, assim, deste modo, por isso, em vista disso, isto (prova/mostra/demonstra) que desta forma</p>

- Estes dois quadros, no entanto, são incompletos e representam apenas uma ajuda. A melhor maneira de encontrar e reconstruir os argumentos com suas premissas e conclusões é usar o bom senso e lembrar que:
 - **CONCLUSÃO:** é sempre o que se quer demonstrar.
 - **PREMISSAS:** são sempre as informações (os dados) apresentadas como justificativa para a conclusão.
- Quando estiver reconstruindo um argumento, encontre primeiro a conclusão, depois as premissas, escreva o argumento na forma direta (premissas, seguidas da conclusão) e então traduza o argumento para a linguagem proposicional.
 - Use o "**PRINCÍPIO DA CARIDADE**": interprete trechos não claros de inferência de uma forma que eles sejam representados pelos melhores argumentos.
- Finalmente, teste a validade do argumento formalizado (ou pelo teste da tabela de verdade, ou pelo teste da atribuição de valores de verdade.)
- Vejamos um exemplo:

"A arma deve ter sido disparada recentemente! Ela ainda está quente."

- Primeiro encontre as premissas e a conclusão e formalize-as:

A arma ainda está quente.	Q
∴ A arma foi disparada recentemente.	∴ D

- Veja que só aparecem letras, sem conectivos. É uma indicação de que alguma premissa implícita está sendo pressuposta. Pense sobre qual seria e acrescente ao argumento antes de fazer o teste:

Se a arma ainda está quente, então foi disparada recentemente.	(Q \supset D)	Válido
A arma ainda está quente.	Q	
∴ A arma foi disparada recentemente	∴ D	

EXERCÍCIO 3.9a

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente, depois formalize-o na linguagem proposicional (certificando-se de ter encontrado corretamente a conclusão) e faça o teste da atribuição de valores de verdade para decidir se é válido ou não. Acrescente premissas implícitas quando for necessário.

Exemplo:

O conhecimento é bom em si mesmo apenas se for desejável por si próprio. Logo o conhecimento é bom em si mesmo, uma vez que é desejável por si próprio.		B – O conhecimento é bom em si mesmo; D – O conhecimento é desejável por si próprio.
Forma Direta:	O conhecimento é bom em si mesmo apenas se for desejável por si próprio. O conhecimento é desejável por si próprio. \therefore O conhecimento é bom em si mesmo.	
Formalização e Teste:	$\frac{1}{(B^{\circ} \supset D^{\circ}) = 1}$ $D^{\circ} = 1$ $\therefore B^{\circ} = 0$	INVÁLIDO: pois foi possível obter consistentemente as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, quando $B=0$ e $D=1$.

- O conhecimento não pode ser sensação. Se ele fosse, então não poderíamos saber algo que não estamos presentemente percebendo. [de Platão]
- Presumindo que seguimos o mapa, então a menos que o mapa esteja errado, há um par de lagos logo após esta passagem. Nós seguimos o mapa. Não há um par de lagos logo após esta passagem. Portanto o mapa está errado.
- Se nossos atacantes fossem rápidos e leves, então o time poderia recuar e jogar em rápidos contra-ataques. Logo, o time não pode recuar e jogar em rápidos contra-ataques.
- Meu verdadeiro amor se casará comigo apenas se eu lhe comprar um Rolls Royce. Conclui-se que ela se casará comigo, uma vez que eu lhe comprarei um Rolls Royce.
- Os princípios básicos da ética não podem ser verdades auto-evidentes, pois se eles o fossem, haveria um amplo acordo sobre tais princípios entre as pessoas inteligentes que estudaram ética.
- Que seus pontos de vista sejam logicamente consistentes é uma condição necessária para que seus pontos de vista sejam derivados da experiência. Seus pontos de vista são logicamente consistentes. Portanto, seus pontos de vista são derivados da experiência.
- Se o ABC ganhar mas o América perder, então o Alecrim será o campeão potiguar. Logo, parece que o Alecrim não será campeão potiguar, uma vez que o ABC claramente não ganhará.
- O filtro capacitor não pode estar quebrado. Isto é indicado pelos seguintes fatos. Você ouviria um zumbido, assumindo que os diodos de silicone estão funcionando mas o filtro capacitor está quebrado. Mas você não ouve o zumbido. E os diodos de silicone estão funcionando.
- Haverá fogo. Minha razão para dizer isto é que apenas se há oxigênio presente haverá fogo. Claramente há oxigênio presente.
- Não temos conhecimento moral. Isto é provado pelo fato de que se nós tivéssemos conhecimento moral, então os princípios morais básicos seriam demonstráveis ou auto-evidentes. Mas eles não são demonstráveis. E também não são auto-evidentes.
- Tem que ser um gol. Sabemos que é um gol se o centro da bola ultrapassa completamente a linha do gol.

12. Assumindo que o roubo não foi um trabalho interno, então a fechadura teria sido forçada, a menos que o ladrão tivesse roubado a chave. O ladrão não roubou a chave. Podemos então inferir que o roubo foi um trabalho interno, dado que a fechadura não foi forçada.
13. Não devemos ter mais saquinhos de chá, afinal de contas, teríamos saquinhos de chá se sua irmã, Carol, bebesse chá. Evidentemente Carol não bebe chá.
14. Não podemos estar na trilha correta. Teríamos visto o pico do monte Cabugi se estivéssemos na trilha correta.
15. Se Deus é onipotente, então ele poderia tornar o ódio algo inerentemente bom – a menos que haja uma contradição no ódio ser inerentemente bom. Mas não há conradiação nisso. E Deus é onipotente. Conclui-se que Deus poderia tornar o ódio inerenteemente bom. [de William de Ockham, que via a moralidade como dependente do arbítrio de Deus]
16. Tirar 10 na quarta prova é uma condição suficiente para ser aprovado em lógica. Você não tirou 10 na quarta prova. Isto significa que você não foi aprovado em lógica.
17. Se o Alecrim ou o Baraúnas ganharem, então eu ganho R\$10,00 em uma aposta. Acho que ganhei R\$10,00. O Alecrim acabou de ganhar do América por 5x0.
18. Amenos que você me dê um aumento, eu me demitirei. Portanto eu me demitirei.
19. Não há maneira independente de provar que nossos sentidos são confiáveis. Logo o conhecimento empírico é impossível – uma vez, que é claro que nosso conhecimento empírico só seria possível se houvesse uma maneira independente de provar que nossos sentidos são confiáveis.
20. É virtuoso tentar fazer o que é bom. Por outro lado, não é virtuoso tentar fazer o que é socialmente aprovado. Concluo que, contrariamente ao relativismo cultural, "bom" não significa "socialmente aprovado". Eu assumo, é claro, que se "bom" significasse "socialmente aprovado" e fosse virtuoso tentar fazer o que é bom, então seria virtuoso tentar fazer o que é socialmente aprovado.
21. Conclusões morais podem ser deduzidas de premissas não-morais apenas se "bom" for difinível com o uso de predicados não-morais. Mas "bom" não é definível desta forma. Logo, conclusões morais não podem ser deduzidas de premissas não-morais.
22. O mundo não pode depender de uma causa. Se o mundo dependesse de uma causa, então Deus também dependeria.

3.10 S-regras

- Aprenderemos agora, algumas ***regras de inferência***, que estabelecem que certas fórmulas podem ser derivadas a partir de certas outras fórmulas.
- Estas regras são importantes pois refletem as formas comuns em que normalmente raciocinamos.
- Estas mesmas regras serão as bases para a construção de provas formais, que estudaremos no próximo capítulo, e que reduzem argumentos complexos a uma série de passos pequenos, cada um deles baseado em uma regra de inferência.
- As S-regras, que estudaremos agora, são usadas para **(S)implificar** sentenças.
- Nossa primeira regra lida com a conjunção ("E"). Veja-a em português e em símbolos:

Isto e aquilo.	$(P \wedge Q)$	De uma conjunção (sentença-E)
∴ Isto.	P, Q	infere-se qualquer das duas partes.
∴ Aquilo.		

- "Está chovendo e ventando; portanto está chovendo; portanto está ventando." Quando as partes da conjunção são sentenças negativas, a regra funciona da mesma forma:

Não está chovendo e não está ventando. \therefore Não está chovendo. \therefore Não está ventando.	$\frac{(\sim C \wedge \sim V)}{\sim C, \sim V}$
--	---

- Mas da negação de uma conjunção (" \sim " está fora dos parênteses de uma sentença-E), não podemos inferir nada sobre cada uma das partes.

Você não está em ambas as cidades Paris e Rio. \therefore Nada se conclui.	$\frac{\sim(P \wedge R)}{\text{nada}}$
---	--

- Você não pode estar nas duas cidades ao mesmo tempo, mas você pode estar em Paris (e não no Rio), ou no Rio (e não em Paris), ou em alguma outra cidade.
- A partir de " $\sim(P \wedge R)$ " não podemos dizer o valor de verdade de P ou de R. Sabemos apenas que os dois não podem ser ambos verdadeiros. Pelo menos um é falso.
- Nossa segunda S-regra lida com a disjunção ("OU"):

Não é verdade que isto ou aquilo. \therefore Não isto. \therefore Não aquilo.	$\frac{\sim(P \vee Q)}{\sim P, \sim Q}$	Da negação de uma disjunção infere-se o oposto de qualquer das duas partes.
---	---	---

- "Não é verdade que está chovendo ou ventando; portanto não está chovendo; portanto não está ventando". Quando as partes da disjunção são negativas, a regra também funciona: inferimos o oposto de cada parte da disjunção (lembrando apenas que o oposto de " $\sim A$ " é "A"):

Não é verdade que não-A ou não B. \therefore A \therefore B	$\frac{\sim(\sim A \vee \sim B)}{A, B}$
---	---

- Mas de uma disjunção positiva (sentença-OU não antecedida por negação) não conseguimos inferir nada sobre cada parte da premissa.

Você está em Paris ou Rio. \therefore Nada se conclui.	$\frac{(P \vee R)}{\text{nada}}$
---	----------------------------------

- Você poderia estar em Paris (e não no Rio), ou no Rio (e não em Paris). De " $(P \vee Q)$ " não conseguimos inferir nada sobre P ou Q individualmente. Sabemos apenas que pelo menos um é verdadeiro.
- Nossa terceira S-regra lida com o condicional ("SE-ENTÃO"):

Falso se-então. \therefore Antecedente (1ª parte) verdadeiro. \therefore Conseqüente (2ª parte) falso.	$\frac{\sim(P \supset Q)}{P, \sim Q}$	Da negação de uma implicação infere-se o antecedente e o oposto do conseqüente.
--	---------------------------------------	---

- Lembre-se que a tabela de verdade para o condicional é falsa apenas no caso em que a antecedente é verdadeiro e o conseqüente é falso.
- Lembre-se também que " $(P \supset Q)$ " significa "não temos ambos P-verdadeiro e Q-falso". Então, " $\sim(P \supset Q)$ " significa o oposto, ou seja, "temos ambos, P-verdadeiro e Q-falso".
- Quando temos alguma negação nas partes do se-então, a regra funciona da mesma maneira: inferimos o antecedente e o oposto do conseqüente. Veja:

$\frac{\sim(\sim A \supset B)}{\sim A, \sim B}$	$\frac{\sim(A \supset \sim B)}{A, B}$	$\frac{\sim(\sim A \supset \sim B)}{\sim A, B}$
---	---------------------------------------	---

- O diagrama abaixo pode ajudá-lo a entender o que está acontecendo em cada caso acima:

$\sim(\text{antecedente} \supset \text{conseqüente})$	
escreva o antecedente	escreva o oposto do conseqüente

- Mas se o condicional for, ele próprio positivo (sem o "~" do lado de fora dos parênteses), então não conseguimos inferir nada sobre a verdade ou falsidade de cada parte.
- Então, de " $(A \supset B)$ " não inferimos nada sobre A ou sobre B.
- Vejamos um quadro resumo de nossas três S-regras:

<i>Se Temos</i>	<i>Podemos Inferir</i>	<i>Podemos Simplificar</i>	<i>Não Podemos Simplificar</i>
E \rightarrow	cada parte	$\frac{(P \wedge Q)}{P, Q}$	$\frac{\sim(P \wedge Q)}{\text{nada}}$
NÃO-OU \rightarrow	o oposto de cada parte	$\frac{\sim(P \vee Q)}{\sim P, \sim Q}$	$\frac{(P \vee Q)}{\text{nada}}$
FALSO SE-ENTÃO \rightarrow	1ª parte e o oposto da 2ª parte	$\frac{\sim(P \supset Q)}{P, \sim Q}$	$\frac{(P \supset Q)}{\text{nada}}$

EXERCÍCIO 3.10a

Escreva todas as conclusões simples (uma letra ou sua negação) que se seguem das premissas. Se nada se seguir das premissas, escreva "nada se conclui".

Exemplo:

$\frac{(C \wedge \sim R)}{}$	\rightarrow	$\frac{(C \wedge \sim R)}{C, \sim R}$
---	---------------	---------------------------------------

- | | | | |
|--|--|--|--|
| 1. $\frac{\sim(I \vee \sim V)}{}$ | 3. $\frac{\sim(O \vee \sim X)}{}$ | 5. $\frac{(F \supset \sim G)}{}$ | 7. $\frac{\sim(\sim A \wedge \sim J)}{}$ |
| 2. $\frac{\sim(J \wedge \sim N)}{}$ | 4. $\frac{\sim(H \supset \sim I)}{}$ | 6. $\frac{\sim(Q \wedge B)}{}$ | 8. $\frac{\sim(T \supset \sim H)}{}$ |

9. $\sim(\sim N \vee \sim E)$ 12. $(\sim N \supset S)$ 15. $(\sim D \wedge \sim Z)$ 18. $\sim(Q \wedge T)$
 10. $\sim(F \supset M)$ 13. $(P \wedge U)$ 16. $(L \vee C)$ 19. $\sim(\sim Y \supset G)$
 11. $(M \vee \sim W)$ 14. $\sim(R \vee S)$ 17. $\sim(\sim U \supset \sim L)$ 20. $(\sim K \vee B)$

3.11 I-regras

- As I-regras são usadas para ***Inferir*** uma conclusão de duas premissas. Há seis I-regras, duas para cada conectivo " \wedge ", " \vee " e " \supset ".
- Nossas duas primeiras I-regras lidam com a conjunção ("E"):

Não é verdade que ambos são verdadeiros. Este é verdadeiro. \therefore O outro não é verdadeiro.	$\sim(P \wedge Q)$	$\sim(P \wedge Q)$	Negação de E.
	P	Q	Afirmação de uma parte.
	$\sim Q$	$\sim P$	\therefore Negação da outra parte.

- Vejamos dois exemplos:

Não é verdade que você está em Paris e no Rio.	Não é verdade que você está em Paris e no Rio.
Você está em Paris.	Você está no Rio.
\therefore Você não está no Rio.	\therefore Você não está em Paris.

- Com partes negativas, as regras funcionam da mesma forma. Se afirmamos uma parte, podemos negar a outra:

$\sim(\sim A \wedge \sim B)$	$\sim(A \wedge \sim B)$	$\sim(A \wedge \sim B)$
$\sim A$	A	$\sim B$
B	B	$\sim A$

- Em cada caso acima, a segunda premissa afirma o mesmo que uma das partes da conjunção, e a conclusão nega (diz o oposto) da outra parte.
- Se negarmos uma das partes, não podemos inferir nada sobre a outra parte:

Não é verdade que ambos são verdadeiros.	$\sim(P \wedge Q)$
O primeiro é falso.	$\sim P$
Nada se conclui.	nada

- Talvez você queira concluir Q, mas Q pode ser falso também (talvez ambas as partes sejam falsas). Veja um exemplo:

Não é verdade que você está em Paris e no Rio.
Você não está em Paris.
\therefore Nada se conclui.

- Você não precisa estar no Rio. Talvez você esteja em Natal! Para conseguirmos concluir algo de uma sentença NÃO-AMBOS, precisamos afirmar uma das partes!
- Nosso segundo par de I-regras lida com a disjunção ("OU"):

Pelo menos um é verdadeiro. Este não é verdadeiro. ∴ O outro é verdadeiro.	$(P \vee Q)$ $\frac{\sim P}{Q}$	$(P \vee Q)$ $\frac{\sim Q}{P}$	Afirmção de OU. Negação de uma parte. ∴ Afirmção da outra parte.
--	------------------------------------	------------------------------------	--

- Quando temos um "OU", devemos negar uma das partes. Veja dois exemplos:

Pelo menos uma mão (esq. ou dir.) tem um doce. A mão esquerda não tem. ∴ A mão direita tem um doce.	Pelo menos uma mão (esq. ou dir.) tem um doce. A mão direita não tem. ∴ A mão esquerda tem um doce.
---	---

- Com partes negativas, as regras funcionam da mesma forma. Se negamos uma parte, podemos afirmar a outra:

$(\sim A \vee \sim B)$ $\frac{A}{\sim B}$	$(A \vee \sim B)$ $\frac{\sim A}{\sim B}$	$(A \vee \sim B)$ $\frac{B}{A}$
--	--	------------------------------------

- Em cada caso acima, a segunda premissa nega (diz o oposto) de uma das partes da disjunção, e a conclusão afirma (diz o mesmo que) a outra parte.
- Se afirmarmos uma das partes, não podemos inferir nada sobre a outra parte:

Pelo menos um é verdadeiro. O primeiro é verdadeiro. Nada se conclui.	$(P \vee Q)$ $\frac{P}{\text{nada}}$
---	---

- Talvez você queira concluir $\sim Q$, mas Q pode ser verdadeiro também (talvez ambas as partes sejam verdadeiras). Veja um exemplo:

Pelo menos uma mão (esquerda ou direita) tem um doce. A mão esquerda tem um doce. ∴ Nada se conclui.
--

- Não podemos concluir que "A mão direita não tem um doce.", porque talvez ambas as mãos tenham doce. Para obter uma conclusão a partir de uma disjunção (OU), temos que negar uma parte.

- Nossas duas I-regras finais têm nome. São chamadas de *modus ponens* (MP – modo afirmativo) e *modus tollens* (MT – modo negativo). Ambas lidam com o condicional ("SE-ENTÃO"):

SE-ENTÃO. Afirmção do antecedente. ∴ Afirmção do conseqüente.	$(P \supset Q)$ P — Q
---	--------------------------------

SE-ENTÃO. Negação do conseqüente. ∴ Negação do antecedente.	$(P \supset Q)$ $\sim Q$ — $\sim P$
---	--

- Vejam os exemplos de cada regra:

Se você é um cão, você é um animal. Você é um cão. ∴ Você é um animal	$(C \supset A)$ C — A
---	--------------------------------

Se você é um cão, você é um animal. Você não é um animal. ∴ Você não é um cão.	$(C \supset A)$ $\sim A$ — $\sim C$
--	--

- Com partes negativas, as regras funcionam da mesma forma. Se afirmamos o antecedente, podemos afirmar o conseqüente:

$(\sim A \supset \sim B)$ $\sim A$ — $\sim B$	$(A \supset \sim B)$ A — $\sim B$	$(\sim A \supset B)$ $\sim A$ — B
--	--	--

- E se negamos o conseqüente, podemos negar o antecedente:

$(\sim A \supset \sim B)$ B — A	$(A \supset \sim B)$ B — $\sim A$	$(\sim A \supset B)$ $\sim B$ — A
--	--	--

- Se negarmos o antecedente, ou se afirmarmos o conseqüente, nada podemos concluir sobre a outra parte:

Se você é um cão, você é um animal. Você não é um cão. ∴ Nada se conclui.	$(C \supset A)$ $\sim C$ — nada
---	--

Se você é um cão, você é um animal. Você é um animal. ∴ Nada se conclui.	$(P \supset Q)$ Q — nada
--	-----------------------------------

- No primeiro caso, você poderia estar tentado a concluir que "Você não é um animal"; mas você poderia ser um gato. No segundo caso, você poderia querer concluir "Você é um cão"; mas, novamente, você poderia ser um gato.
- Veja, a seguir, um quadro resumo de todas as nossas I-regras:

<i>Se Temos</i>		<i>Podemos Inferir</i>	<i>Podemos Simplificar</i>	<i>Não Podemos Simplificar</i>
NÃO-AMBOS + uma parte	→	o oposto da outra parte	$\frac{\sim(P \wedge Q)}{P}$ $\sim Q$	$\frac{\sim(P \wedge Q)}{\sim P}$ nada
OU + o oposto de uma parte	→	a outra parte	$\frac{(P \vee Q)}{\sim P}$ Q	$\frac{(P \vee Q)}{P}$ nada
SE-ENTÃO + antecedente	→	o conseqüente	$\frac{(P \supset Q)}{P}$ Q	$\frac{(P \supset Q)}{\sim P}$ nada
SE-ENTÃO + oposto do conseqüente	→	o oposto do antecedente	$\frac{(P \supset Q)}{\sim Q}$ $\sim P$	$\frac{(P \supset Q)}{Q}$ nada

EXERCÍCIO 3.11a

Escreva todas as conclusões simples (uma letra ou sua negação) que se seguem das premissas. Se nada se seguir das premissas, escreva "nada se conclui".

Exemplo:

$$\boxed{\frac{(\sim Q \vee \sim M)}{Q}} \rightarrow \boxed{\frac{(\sim Q \vee \sim M)}{Q} \text{ ---}} \text{ ---}$$

$$\frac{Q}{\sim M}$$

- | | | | |
|--|--|--|---|
| 1. $\frac{\sim(W \wedge T)}{W}$ | 6. $\frac{\sim(B \wedge S)}{\sim S}$ | 11. $\frac{(\sim N \vee \sim A)}{A}$ | 16. $\frac{(\sim L \supset M)}{\sim M}$ |
| 2. $\frac{(\sim Y \supset K)}{Y}$ | 7. $\frac{(U \supset G)}{U}$ | 12. $\frac{\sim(V \wedge H)}{\sim V}$ | 17. $\frac{\sim(\sim F \wedge \sim O)}{\sim O}$ |
| 3. $\frac{(S \vee \sim L)}{\sim S}$ | 8. $\frac{\sim(\sim F \wedge \sim Q)}{\sim F}$ | 13. $\frac{(\sim A \supset \sim E)}{\sim E}$ | 18. $\frac{\sim(\sim S \wedge W)}{\sim W}$ |
| 4. $\frac{(X \supset E)}{E}$ | 9. $\frac{(C \supset \sim Y)}{\sim C}$ | 14. $\frac{(K \vee \sim R)}{R}$ | 19. $\frac{(\sim I \vee K)}{K}$ |
| 5. $\frac{(\sim M \vee \sim B)}{\sim M}$ | 10. $\frac{(H \supset \sim B)}{H}$ | 15. $\frac{(Y \vee \sim C)}{\sim C}$ | 20. $\frac{\sim(A \wedge \sim Y)}{A}$ |

3.12 Combinando S-regras e I-regras

- Os próximos exercícios misturam S-regras e I-regras. Você não terá problemas em resolvê-los, desde que se lembre de usar as **S-regras** para **simplificar uma** premissa e as **I-regras** para **inferir a partir de duas** premissas.

- Os quadros são uma referência rápida a todas as regras que já vimos:

<i>S-regras (simplificação): S-1 a S-3</i>
$(P \wedge Q) \rightarrow P, Q$
$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$
$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$

<i>I-regras (inferência): I-1 a I-6</i>
$\sim(P \wedge Q), P \rightarrow \sim Q$
$\sim(P \wedge Q), Q \rightarrow \sim P$
$(P \vee Q), \sim P \rightarrow Q$
$(P \vee Q), \sim Q \rightarrow P$
$(P \supset Q), P \rightarrow Q$
$(P \supset Q), \sim Q \rightarrow \sim P$

EXERCÍCIO 3.12a

Escreva todas as conclusões simples (uma letra ou sua negação) que se seguem das premissas. Se nada se seguir das premissas, escreva "nada se conclui".

Exemplo:

$\frac{(A \supset B)}{\sim A}$	→	$\frac{(A \supset B)}{\sim A}$ (nada se conclui)
--------------------------------	---	---

- | | | | |
|---|--|--|---|
| 1. $\frac{\sim(W \wedge \sim X)}{\sim W}$ | 5. $\frac{(D \vee \sim J)}{D}$ | 9. $\frac{(P \wedge \sim Q)}{\sim Q}$ | 13. $\frac{(\sim L \wedge S)}{\sim L}$ |
| 2. $\frac{(\sim I \supset \sim N)}{N}$ | 6. $\frac{\sim(\sim C \supset D)}{\sim C}$ | 10. $\frac{\sim(\sim R \wedge A)}{\sim R}$ | 14. $\frac{(\sim L \vee \sim T)}{L}$ |
| 3. $\frac{\sim(\sim B \vee C)}{\sim B}$ | 7. $\frac{(X \supset F)}{\sim X}$ | 11. $\frac{(\sim S \vee T)}{\sim S}$ | 15. $\frac{(A \supset \sim B)}{\sim B}$ |
| 4. $\frac{\sim(L \wedge M)}{\sim L}$ | 8. $\frac{\sim(M \vee \sim I)}{\sim M}$ | 12. $\frac{\sim(R \wedge \sim G)}{\sim G}$ | 16. $\frac{\sim(U \wedge T)}{T}$ |

3.13 Inferências Estendidas

- Todas as regras que estudamos, funcionam quando as partes (P e Q nos dois quadros acima) são fbfs maiores.
- Vejamos um exemplo. A S-regra para a conjunção afirma que:

Isto e aquilo.	$\frac{(P \wedge Q)}{P, Q}$	De uma conjunção (sentença-E)
∴ Isto.		infere-se qualquer das duas partes.
∴ Aquilo.		

- Se no lugar de P houver uma sentença maior, tal como "(C ≡ D)" e no lugar de Q, também houver uma sentença maior, tal como "(E ⊃ F)" a regra continua valendo da mesma forma que com P e Q. Temos então:

$$\frac{((C \equiv D) \wedge (E \supset F))}{(C \equiv D), (E \supset F)}$$

- Visualize a premissa como um grande "E" com duas partes, com detalhes borrados: "\$\$\$\$\$ \wedge #####)". Nós podemos inferir cada uma das partes, mesmo quando estas partes são complexas.
- Vejamos um exemplo com uma I-regra:

SE-ENTÃO. Afirmção do antecedente. ∴ Afirmção do conseqüente.	$\frac{((C \wedge D) \supset (F \supset G))}{(C \wedge D)} (F \supset G)$
---	---

EXERCÍCIO 3.13a

Escreva todas as conclusões que se seguem das premissas através de uma única aplicação de S-regra ou de I-regra.. Se nada se seguir das premissas, escreva "nada se conclui".

Exemplo:

$$\frac{\sim(\sim A \vee (B \wedge C))}{A, \sim(B \wedge C)}$$

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $\frac{\sim((A \wedge B) \supset \sim C)}{\sim(A \wedge B)}$ | 4. $\frac{\sim((G \vee H) \wedge (I \vee J))}{(G \vee H)}$ | 7. $\frac{\sim((A \supset B) \vee C)}{(A \supset B)}$ |
| 2. $\frac{((A \wedge B) \supset \sim C)}{\sim(A \wedge B)}$ | 5. $\frac{((A \wedge B) \vee (C \supset D))}{\sim(C \supset D)}$ | 8. $\frac{((A \supset B) \supset C)}{\sim(I \wedge J)}$ |
| 3. $\frac{\sim((G \vee H) \wedge (I \vee J))}{\sim(C \supset D)}$ | 6. $\frac{((A \wedge B) \vee (C \supset D))}{\sim(C \supset D)}$ | 9. $\frac{((G \equiv H) \supset \sim(I \wedge J))}{\sim(I \wedge J)}$ |

- As provas formais nos ajudarão a desenvolver nossa capacidade de raciocínio, além de representarem uma forma bastante conveniente de testar a validade de argumentos em vários sistemas formais.
- Uma prova formal quebra um argumento em uma série de passos pequenos. A maioria destes passos é baseada em nossas S-regras e I-regras (itens 3.10 a 3.13 do Capítulo 3).
- Apenas para lembrar, aqui estão as S-regras e I-regras que estudamos:

S-regras (simplificação): S-1 a S-3	
S-1:	$(P \wedge Q) \rightarrow P, Q$
S-2:	$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$
S-3:	$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$

I-regras (inferência): I-1 a I-6	
I-1:	$\sim(P \wedge Q), P \rightarrow \sim Q$
I-2:	$\sim(P \wedge Q), Q \rightarrow \sim P$
I-3:	$(P \vee Q), \sim P \rightarrow Q$
I-4:	$(P \vee Q), \sim Q \rightarrow P$
I-5:	$(P \supset Q), P \rightarrow Q$
I-6:	$(P \supset Q), \sim Q \rightarrow \sim P$

4.1 Dois Exemplos de Provas

EXEMPLO 1: suponha que queiramos mostrar que o mordomo é o assassino.
Sabemos os seguintes fatos:

1. As únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a camareira.
 2. Se as únicas pessoas na mansão são o mordomo e a camareira, então o mordomo ou a camareira cometeram o crime.
 3. Se a camareira cometeu o crime, então ela tinha um motivo.
 4. A camareira não tinha um motivo.
- Utilizando uma estratégia indireta, primeiramente assumiremos que o mordomo não cometeu o crime. Então mostraremos que isto nos levará a uma contradição.
5. Assuma que: o mordomo não cometeu o crime.
 6. \therefore O mordomo ou a camareira cometeram o crime. – [de 1 e 2]
 7. \therefore A camareira cometeu o crime. – [de 5 e 6]
 8. \therefore A camareira tinha um motivo. – [de 3 e 7]- repare que 4 e 8 são afirmações contraditórias!
- A partir de nossas 4 premissas, obtivemos uma contradição ao assumir, como suposição, que o mordomo não cometeu o crime.

- Mas uma contradição é algo inaceitável. Não é possível que a camareira tenha e não tenha um motivo.
- Uma contradição sempre indica que há algo errado.
- Portanto, se confiamos em nossas premissas, a única coisa que pode estar errada é nossa suposição.
- Assim, se de nossas premissas inferimos que a suposição de que o mordomo não cometeu o crime está errada, então de nossas premissas podemos inferir o contrário desta suposição, ou seja, que o mordomo cometeu o crime.

- A seguinte prova formal representa, em símbolos, este raciocínio que fizemos em português:

1	U	– premissa	
* 2	$(U \supset (M \vee C))$	– premissa	
* 3	$(C \supset R)$	– premissa	argumento
4	$\sim R$	– premissa	
	[$\therefore M$	– conclusão	
5	sup: $\sim M$		
* 6	$\therefore (M \vee C)$	{de 1 e 2 por I-5}	
7	$\therefore C$	{de 5 e 6 por I-3}	
8	$\therefore R$	{de 3 e 7 por I-5}	
9	$\therefore M$	{de 5, pois 4 e 8 se contradizem}	

- Em primeiro lugar escrevemos as premissas, a conclusão e bloqueamos a conclusão (marcando-a com "[") para mostrar que não podemos utilizá-la para derivar linhas futuras.
- Depois, assumimos como suposição ("sup:") o oposto da conclusão ($\sim M$). Então derivamos novas linhas seguintes utilizando as S-regras e I-regras até que se obtenha uma contradição.
 - A linha 6 foi obtida de 1 e 2 pela regra I-5, a linha 7 foi obtida de 5 e 6 pela regra I-3, a linha 8 de 3 e 7 também pela regra I-5.
 - As linhas 4 e 8 se contradizem (uma nega e a outra afirma a mesma sentença). Então usamos uma regra nova **RAA** (redução ao absurdo⁸), que estabelece que uma suposição ("sup:") que leva a uma contradição tem que ser falsa.
 - Ao aplicar RAA, bloqueamos as linhas 5 até 8 (marcando-as com "[") para mostrar que não podemos mais usá-las para derivar futuras linhas.
 - Fazemos isso porque a contradição obtida entre 4 e 8 nos mostrou que a suposição feita na linha 5 era falsa. Então, tudo o que foi derivado entre a suposição feita (linha 5) até a obtenção da contradição está "contaminado" por esta suposição falsa, e portanto não deve mais ser utilizado. Portanto, bloqueamos as linhas 5 até 8.

⁸ do latim: *reductio ad absurdum*.

- O resultado, com a linha 9, é que provamos que o argumento é **válido**.
 - A prova acima mostra que apenas através de aplicação das S-regras e I-regras, além da regra nova RAA, a admissão das premissas do argumento nos leva à sua conclusão.
- Pode haver várias formas diferentes de provar o mesmo argumento. Por exemplo, no lugar de derivar "R" na linha 8, poderíamos utilizar as linhas 3 e 4 e derivar " $\sim C$ ", através da regra I-6.
 - Ou seja, a linha 8 de nossa prova seria:

8	$\therefore \sim C$	{de 3 e 4 por I-6}
---	---------------------	--------------------

- Neste caso, também há uma contradição, mas agora entre as linhas 7 e 8.
- As regras (I-regras, S-regras e RAA) podem utilizar qualquer linha anterior que ainda não tenha sido bloqueada.
- Repare que *estrelamos* (marcamos com *) as linhas 2, 3 e 6. Estas marcas foram feitas quando estas linhas foram utilizadas na prova e apenas indicam que as linhas 2, 3 e 6 já cumpriram o seu papel na prova e não serão mais úteis em novas aplicações de regras.
 - Ou seja, quando estamos fazendo uma prova e queremos aplicar regras para derivar novos passos, podemos ignorar as linhas marcadas com *, já que elas já foram utilizadas e não serão mais úteis.
- Estrelamos uma fórmula quando a utilizamos de uma das seguintes maneiras:

Estrele (*) qualquer fbf que você simplificou usando uma S-regra $\frac{* (A \wedge B)}{\therefore A}$ $\therefore B$	Estrele a fbf mais comprida utilizada em uma aplicação de I-regra $\frac{* (A \supset B)}{A}$ $\therefore B$
--	---

- As linhas estreladas são redundantes, uma vez que linhas mais curtas têm a mesma informação.
- Quando estiver fazendo uma prova, concentre sua atenção em derivar coisas de fbfs complexas⁹ não estreladas.

EXEMPLO 2: veja outra prova formal. Novamente, iniciamos supondo que a conclusão é falsa, e então mostramos que, dadas as premissas do argumento, a conclusão não poderia ser falsa. Uma vez que tal suposição nos leva a uma contradição. Veja:

⁹ Qualquer fbf mais longa que uma letra ou a negação de uma letra é uma fbf complexa.

* 1	$((A \wedge B) \supset C)$	– premissa	argumento
2	B	– premissa	
	$\therefore (C \vee \sim A)$	– conclusão	
* 3	sup: $\sim(C \vee \sim A)$		
4	$\therefore \sim C$	{de 3 por S-2}	
5	$\therefore A$	{de 3 por S-2}	
* 6	$\therefore \sim(A \wedge B)$	{de 1 e 4 por I-6}	
7	$\therefore \sim B$	{de 6 e 5 por I-1}	
8	$\therefore (C \vee \sim A)$	{de 3 por RAA; 2 e 7 se contradizem}	

- Iniciamos escrevendo as premissas nas linhas 1 e 2, logo abaixo a conclusão bloqueada, e assumimos como suposição o oposto da conclusão na linha 3.
- Então derivamos as linhas seguintes utilizando S-regras e I-regras até obtermos uma contradição:
 - A linha 3 se simplifica nas linhas 4 e 5 através da regra S-2, e leva uma estrela (*).
 - As linhas 1 e 4 nos dão a linha 6, através da regra I-6, e a linha 1 leva uma estrela.
 - As linhas 5 e 6 nos dão a linha 7, através da regra I-1, e a linha 6 leva uma estrela.
 - Repare que as linhas 2 e 7 se contradizem (uma afirma e outra nega a mesma sentença).
 - Então, como a suposição da linha 3 nos levou a uma contradição, aplicamos RAA, ou seja:
 - Derivamos o contrario da suposição 3 na linha 8 e bloqueamos todas as linhas desde a suposição até a obtenção da contradição (linhas 3 a 7).
- Como derivamos a conclusão a partir das premissas, nossa prova demonstra que o argumento é válido.

OBSERVAÇÃO: se você tentar provar um argumento inválido desta maneira, você não conseguirá. Não chegará a nenhuma contradição. Estudaremos um método para os argumentos inválidos mais tarde.

4.2 Provas Simples

- Vamos agora apresentar mais formalmente as regras e os passos por trás das provas formais.
- **REGRAS DE INFERÊNCIA:** usaremos as seguintes regras de inferência, que valem independentemente de quais sentenças estejam nos lugares de P e Q:

<i>S</i> -regras (simplificação): <i>S</i> -1 a <i>S</i> -6	
S-1:	$(P \wedge Q) \rightarrow P, Q$
S-2:	$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$
S-3:	$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$
S-4:	$\sim\sim P \rightarrow P$
S-5:	$(P \equiv Q) \rightarrow (P \supset Q), (Q \supset P)$
S-6:	$\sim(P \equiv Q) \rightarrow (P \vee Q), \sim(P \wedge Q)$

<i>I</i> -regras (inferência): <i>I</i> -1 a <i>I</i> -6	
I-1:	$\sim(P \wedge Q), P \rightarrow \sim Q$
I-2:	$\sim(P \wedge Q), Q \rightarrow \sim P$
I-3:	$(P \vee Q), \sim P \rightarrow Q$
I-4:	$(P \vee Q), \sim Q \rightarrow P$
I-5:	$(P \supset Q), P \rightarrow Q$
I-6:	$(P \supset Q), \sim Q \rightarrow \sim P$

- Leia " $(P \wedge Q) \rightarrow P, Q$ " como "de ' $(P \wedge Q)$ ' pode-se derivar ' P ' e também ' Q '".
- Repare que há regras novas (S-4 a S-6):
 - S-4 apaga " $\sim\sim$ " do início de uma fbf.
 - S-5 transforma um bi-condicional em 2 condicionais.
 - S-6 se aplica à negação de um bi-condicional. Como $(P \equiv Q)$ afirma que " P " e " Q " têm o mesmo valor de verdade (ou são ambas verdadeiras ou são ambas falsas), então $\sim(P \equiv Q)$ afirma que " P " e " Q " não têm o mesmo valor de verdade. Uma das duas é verdadeira e uma das duas é falsa. É exatamente isso o que S-6 estabelece.
- Confira a seguir uma tabela que resume as definições terminológicas que já estamos utilizando:

PREMISSA:	é uma linha na qual há uma fbf sem nenhum prefixo (nem "sup:", nem "∴").
SUPOSIÇÃO:	é uma linha em que há o prefixo "sup:" seguido de uma fbf.
PASSO DERIVADO:	é uma linha em que há o prefixo "∴" seguido de uma fbf.
PROVA FORMAL:	é uma seqüência vertical de zero ou mais premissas seguidas por uma ou mais suposições ou passos derivados, onde cada passo derivado se segue de linhas anteriores não bloqueadas por RAA por uma das S-regras ou I-regras listadas acima, e na qual cada suposição foi bloqueada por uma aplicação de RAA. ¹⁰
FBFs CONTRADITÓRIAS:	duas fbfs são contraditórias se elas são idênticas, com exceção de que uma delas inicia com um " \sim " adicional.
FBF SIMPLES:	uma letra ou sua negação.
FBF COMPLEXA:	qualquer fbf que não é simples.
REGRA RAA: (redução ao absurdo)	suponha que um par de linhas não bloqueadas possuem fbfs contraditórias. Então bloqueie todas as linhas a partir da última suposição não bloqueada para baixo e infira um passo consistindo de "∴" seguido da fbf contraditória desta suposição.

- Mais um exemplo de prova formal:

¹⁰ Note que por esta definição, as estrelas, os números das linhas, a conclusão original bloqueada e as justificativas de cada passo não fazem parte estrita de uma prova. Este itens são, na verdade, ajudas não oficiais.

1	A	– premissa	argumento
* 2	(A \supset B)	– premissa	
	[\therefore (A \wedge B)	– conclusão	
* 3	sup: \sim (A \wedge B)		
4	$\therefore \sim$ B	{de 3 e 1 por I-1}	
5	$\therefore \sim$ A	{de 2 e 4 por I-6}	
6	(A \wedge B)	{de 3 por RAA – 1 e 5 se contradizem}	

- Veja a seguir uma outra prova do mesmo argumento.
- Repare nas diferenças com a prova acima:

1	A	– premissa	argumento
* 2	(A \supset B)	– premissa	
	[\therefore (A \wedge B)	– conclusão	
* 3	sup: \sim (A \wedge B)		
4	\therefore B	{de 1 e 2 por I-5}	
5	$\therefore \sim$ A	{de 3 e 4 por I-2}	
6	(A \wedge B)	{de 3 por RAA – 1 e 5 se contradizem}	

- Em ambas as provas nós primeiramente assumimos por suposição a fbf contraditória da conclusão. Então derivamos fbfs até obtermos a contradição. Nestes 2 casos a contradição foi entre as linhas 1 e 5. Finalmente, bloqueamos as fbfs da suposição para baixo, e derivamos o oposto da suposição. E isto nos dá a conclusão original.

Alguns Lembretes:

1. Nunca utilize a conclusão original do argumento nem para derivar passos, nem para ser parte de uma contradição. Ela é bloqueada logo no início da prova para nos lembrar de não a utilizarmos.
2. Se a conclusão original de um argumento for uma sentença negada (ex: \sim P), então, é melhor assumir como suposição sua contraditória mais simples (P) ao invés da contraditória mais complexa ($\sim\sim$ P).
3. Certifique-se de assumir o contraditório genuíno da conclusão:

Correto:

[\therefore (\sim A \supset B)
sup: \sim (\sim A \supset B)

Errado:

[\therefore (\sim A \supset B)
sup: (A \supset B)

- Por agora, procure utilizar a seguinte estratégia para construir uma prova formal para um argumento:

ESTRATÉGIA PARA CONSTRUIR PROVAS FORMAIS	
1. INÍCIO:	Bloqueie a conclusão e adicione "sup:" seguido da fbf que seja o mais simples contraditório da conclusão.
2. REGRAS S e I:	Percorra as fbfs não estreladas, complexas, não bloqueadas e use-as para derivar novas fbfs utilizando as S-regras e as I-regras. Estrele (marque com *) toda fbf que você simplificar usando uma S-regra, ou a fbf mais longa usada em uma inferência com I-regra.
3. REGRA RAA:	Quando algum par de linhas não bloqueadas for contraditório, (uma for a negação da outra), aplique a regra RAA e derive a conclusão original. E pronto, a prova está feita.

- Com esta estratégia conseguimos demonstrar a maioria dos argumentos proposicionais. Veremos mais adiante que alguns argumentos necessitam de múltiplas suposições e de uma estratégia mais complicada.

EXERCÍCIO 4.2a

Prove que cada argumento abaixo é válido (Todos eles são válidos. Você só precisa provar isso!)

Exemplo:

$(A \vee B)$ $\therefore (\sim A \supset B)$	* 1	$(A \vee B)$	– premissa	argumento	
		$\left[\begin{array}{l} \therefore (\sim A \supset B) \\ \text{sup: } \sim(\sim A \supset B) \end{array} \right.$	– conclusão		
		* 2	sup: $\sim(\sim A \supset B)$		
		3	$\therefore \sim A$		{de 2 por S-3}
		4	$\therefore \sim B$		{de 2 por S-3}
		5	$\therefore B$		{de 1 e 3 por I-3}
	6	$\therefore (\sim A \supset B)$	{de 2, por RAA, pois 4 e 5 se contradizem}		
O argumento é válido pois a contradição encontrada (linhas 4 e 5) mostra que a situação em que todas as premissas são verdadeiras (afirmadas) e a conclusão é falsa (negada) é impossível.					

1. $(A \supset B)$
 $\therefore (\sim B \supset \sim A)$

2. A
 $\therefore (A \vee B)$

3. $(A \supset B)$
 $(\sim A \supset B)$
 $\therefore B$

4. $((A \vee B) \supset C)$
 $\therefore (\sim C \supset \sim B)$

5. $(A \vee B)$
 $(A \supset C)$
 $(B \supset D)$
 $\therefore (C \vee D)$

6. $(A \supset B)$
 $(B \supset C)$
 $\therefore (A \supset C)$

7. $(A \equiv B)$
 $\therefore (A \supset (A \wedge B))$

8. $\sim(A \vee B)$
 $(C \vee B)$
 $\sim(D \wedge C)$
 $\therefore \sim D$

9. $(A \supset B)$
 $\sim B$
 $\therefore (A \equiv B)$

10. $(A \supset (B \supset C))$
 $\therefore ((A \wedge B) \supset C)$

EXERCÍCIO 4.2b

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente. Então traduza-o para a linguagem proposicional formal (usando as letras sugeridas) e prove que é válido (todos os argumentos são válidos).

Exemplo:

<p>Se <u>nós tivermos uma prova absoluta da existência de Deus (P)</u>, então <u>nossa vontade será irresistivelmente atraída para fazer o bem (I)</u>.</p> <p>Se <u>nossa vontade fosse irresistivelmente atraída para fazer o bem (I)</u>, então <u>nós não teríamos livre-arbítrio (L)</u>.</p> <p>∴ Se <u>nós temos livre-arbítrio (L)</u>, então <u>nós não temos uma prova absoluta da existência de Deus (P)</u>.</p>																									
<p>(P ⊃ I)</p> <p>(I ⊃ ~L)</p> <p>∴ (L ⊃ ~I)</p>	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">(P ⊃ I)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">* 2</td> <td style="padding-right: 10px;">(I ⊃ ~L)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"></td> <td style="padding-right: 10px;">[</td> <td style="padding-left: 10px;">∴ (L ⊃ ~I)</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">* 3</td> <td style="padding-right: 10px;">sup: ~ (L ⊃ ~I)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">4</td> <td style="padding-right: 10px;">∴ L</td> <td style="padding-left: 20px;">{de 3 por S3}</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">5</td> <td style="padding-right: 10px;">∴ I</td> <td style="padding-left: 20px;">{de 3 por S3}</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">6</td> <td style="padding-right: 10px;">∴ ~L</td> <td style="padding-left: 20px;">{de 2 e 5 por I5}</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">7</td> <td style="padding-right: 10px;">∴ (L ⊃ ~I)</td> <td style="padding-left: 20px;">{de 3 por RAA, pois 4 e 6 se contradizem}</td> </tr> </table>	1	(P ⊃ I)		* 2	(I ⊃ ~L)			[∴ (L ⊃ ~I)	* 3	sup: ~ (L ⊃ ~I)		4	∴ L	{de 3 por S3}	5	∴ I	{de 3 por S3}	6	∴ ~L	{de 2 e 5 por I5}	7	∴ (L ⊃ ~I)	{de 3 por RAA, pois 4 e 6 se contradizem}
1	(P ⊃ I)																								
* 2	(I ⊃ ~L)																								
	[∴ (L ⊃ ~I)																							
* 3	sup: ~ (L ⊃ ~I)																								
4	∴ L	{de 3 por S3}																							
5	∴ I	{de 3 por S3}																							
6	∴ ~L	{de 2 e 5 por I5}																							
7	∴ (L ⊃ ~I)	{de 3 por RAA, pois 4 e 6 se contradizem}																							
<p>O argumento é válido pois a contradição encontrada (linhas 4 e 6) mostra que a situação em que todas as premissas são verdadeiras (afirmadas) e a conclusão é falsa (negada) é impossível.</p>																									

1. Se Amanda viu o mordomo colocando o torrão na bebida e o torrão era veneno, então o mordomo matou o falecido.
Amanda viu o mordomo colocando o torrão na bebida.
∴ Se o torrão era veneno, então o mordomo matou o falecido. [Use as letras A, T e M]

2. Se nós tivermos uma prova absoluta da existência de Deus, então nossa vontade será irresistivelmente atraída para fazer o bem.
Se nossa vontade fosse irresistivelmente atraída para fazer o bem, então nós não teríamos livre-arbítrio.
∴ Se nós temos livre-arbítrio, então nós não temos uma prova absoluta da existência de Deus.
[Use as letras P, I e L para formalizar]
[Argumento é de Kant e John Hick, que o usaram para explicar porque Deus não faz sua existência mais evidente.]

3. Se o racismo é claramente errado, então é fatualmente claro que todas as raças têm habilidades iguais ou é moralmente claro que os interesses similares de todos os seres devem ser igualmente considerados.

Não é fatualmente claro que todas as raças têm habilidades iguais.

Se é moralmente claro que os interesses similares de todos os seres devem ser igualmente considerados, então é claro que interesses similares de seres humanos e animais devem ser igualmente considerados.

- ∴ Se o racismo é claramente errado, então é claro que interesses similares de animais e seres humanos devem ser igualmente considerados. [Use as letras E, F, M e A]
[Argumento de Peter Singer, criador do movimento de liberação dos animais.]

4. O universo é ordenado. [como um relógio que segue leis complexas]

A maioria das coisas ordenadas que examinamos tem um projetista inteligente.

Já examinamos um grupo grande e variado de coisas ordenadas.

Se a maioria das coisas ordenadas que examinamos tem um projetista inteligente, e se nós examinamos um grupo grande e variado de coisas ordenadas, então provavelmente a maioria das coisas ordenadas tem um projetista inteligente.

Se o universo é ordenado e provavelmente a maioria das coisas ordenadas tem um projetista inteligente, então o universo provavelmente tem um projetista inteligente.

- ∴ O universo provavelmente tem um projetista inteligente. [Use as letras U, M, E, P, D]
[Um tipo de argumento bastante na moda (do desing inteligente) para provar a existência de Deus]

5. Se Deus não quer prevenir o mal, então ele não é de todo bom.

Se Deus não está apto para prevenir o mal, então ele não é tão poderoso.

Deus não quer prevenir o mal ou não está apto para tal.

- ∴ Deus não é tão poderoso, ou ele não é de todo bom. [Use as letras Q, B, A, P]
[Esta forma do famoso "problema-do-mal" foi apresentada pela primeira vez pelo filósofo grego cético Sexto Empírico.]

6. Se o Gênesis descreve fatos literais, então os pássaros foram criados antes dos homens.
(Gênesis 1:20-26)

Se o Gênesis descreve fatos literais, então os pássaros não foram criados antes dos homens.
(Gênesis 2:5-20)

- ∴ O Gênesis não descreve fatos literais. [Use as letras L, P]

[Origem, um cristão dos primeiros tempos, apresentou este argumento para justificar a tese de não tomar literalmente o texto do livro gênesis da bíblia.]

7. O mundo teve um começo no tempo.

Se o mundo teve um começo no tempo, houve uma causa para o começo do mundo.

Se houve uma causa para o começo do mundo, um ser pessoal causou o começo do mundo.

- ∴ Um ser pessoal causou o começo do mundo. [Use as letras T, C e S]

[Este "argumento de kalam" para existência de Deus, é de W. Craig e J. Moreland. Eles defendem a primeira premissa por vários pontos de vista, incluindo a teoria do big-bang, a lei da entropia e a impossibilidade de um infinito atual.]

8. Se o mundo teve um começo no tempo e não apenas passou a existir sem qualquer causa, então o mundo foi causado por Deus.
Se o mundo foi causado por Deus, então há um Deus.
Não há um Deus.
∴ Ou o mundo não teve um começo no tempo, ou ele apenas passou a existir sem qualquer causa. [Use as letras T, P, C e D]
[Argumento de J. L. Mackie, que baseia sua premissa "Não há um Deus" no "problema-do-mal" descrito no exercício 5]
9. Sistemas fechados tendem ao aumento de entropia.

Ou seja, uma distribuição da energia mais aleatoriamente uniforme. Esta é a segunda lei da Termodinâmica.

Se sistemas fechados tendem ao aumento de entropia e o mundo sempre existiu, então o mundo deveria ter alcançado uma entropia quase completa.

Então todas as coisas deveriam ter quase a mesma temperatura.

O mundo não alcançou uma entropia quase completa.
Se o mundo não existiu sempre, então o mundo teve um começo no tempo.
∴ O mundo teve um começo no tempo. [Use as letras A, S, E e C]
10. Se o tempo se estende infinitamente para o passado, então o dia de hoje ainda não deveria ter chegado.
Se o dia de hoje ainda não deveria ter chegado, então o dia de hoje não deveria existir.
O dia de hoje existe.
Se o tempo não se estende infinitamente para o passado, então houve um primeiro momento do tempo.
∴ Houve um primeiro momento do tempo. [Use as letras I, H, E e P]
11. Se já há leis que previnem a discriminação contra mulheres, então se o "Equal Rights Amendment" (ERA)¹¹ retirasse muitos dos privilégios atuais das mulheres, então a aprovação do ERA seria contrária aos interesses das mulheres e as mulheres deveriam lutar para que o ERA seja barrado no congresso.
O ERA retiraria muitos dos privilégios atuais das mulheres.
∴ Se já há leis que previnem a discriminação contra mulheres, então as mulheres deveriam lutar para que o ERA seja barrado no congresso. [Use as letras L, R, A e B]
12. Se as mulheres jamais devessem ser discriminadas, então deveríamos lutar a favor das leis atuais contra a discriminação e também evitar que as gerações futuras possam impor leis discriminatórias contra as mulheres.
A única maneira de evitar que as gerações futuras possam impor leis discriminatórias contra as mulheres é aprovar o "Equal Rights Amendment" (ERA).
Se devemos evitar que as gerações futuras possam impor leis discriminatórias contra as mulheres e a única maneira de fazer isso é aprovar o ERA, então devemos aprovar o ERA.
∴ Se as mulheres não devem jamais ser discriminadas, então devemos aprovar o ERA. [Use as letras J, A, F, U e E]

¹¹ O ERA é uma emenda constitucional norte-americana que visa a igualdade de direitos entre homens e mulheres.

13. Se a afirmação de que o conhecimento é impossível for verdadeira, então nós entendemos a palavra "conhecer", mas não há casos de conhecimento.
- Se entendemos a palavra "conhecer", então entendemos "conhecer" por uma definição verbal ou por exemplos experimentados de conhecimento.
- Se entendemos "conhecer" por uma definição verbal, então há um acordo sobre a definição de "conhecer".
- Não há acordo sobre a definição de "conhecer".
- Se entendemos "conhecer" por exemplos experimentados de conhecimento, então há casos de conhecimento.

∴ A afirmação de que o conhecimento é impossível é falsa. [Use as letras I, P, C, D, E e A]

[Esta é uma forma do "argumento do caso paradigmático". Repare que se você fosse decidir este argumento com uma tabela de verdade, como são 6 letras, sua tabela teria 64 linhas! Prefere a tabela ou a prova?]

14. Se p é o maior número primo, então n (podemos estipular) é um mais o produto de todos os primos menores do que p .
- Se n é um mais o produto de todos os primos menores do que p , então ou n é primo, ou n não é primo, mas tem fatores primos maiores do que p .
- Se n é primo, então p não é o maior número primo.
- Se n tem fatores primos maiores do que p , então p não é o maior número primo.

∴ p não é o maior número primo. [Use as letras M, N, P e F]

[Este argumento, de Euclides, o antigo matemático grego, prova que não há um número primo maior que todos.]

4.3 Refutações Simples

- Se tentarmos provar um argumento inválido, não conseguiremos. Os argumentos inválidos não podem ser provados, mas apenas **refutados**.
- Se retomarmos o argumento do "mordomo assassino" (item 4.1), mas agora com uma premissa a menos, de modo que ele fique inválido, e tentarmos prová-lo, não chegaremos a nenhuma contradição e, portanto, não conseguiremos terminar a prova. Veja:

As únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a camareira.	1	U	– premissa	argumento
	* 2	$(U \supset (M \vee C))$	– premissa	
Se as únicas pessoas na mansão são o mordomo e a camareira, então o mordomo ou a camareira cometeram o crime.	* 3	$(C \supset R)$	– premissa	
		$\left[\begin{array}{l} \therefore M \\ \text{sup: } \sim M \end{array} \right.$	– conclusão	
Se a camareira cometeu o crime, então ela tinha um motivo.	* 5	$\therefore (M \vee C)$	{de 1 e 2 por I-5}	
	6	$\therefore C$	{de 4 e 5 por I-3}	
∴ O mordomo é o assassino.	7	$\therefore R$	{de 3 e 6 por I-5}	
Não há contradição nem há mais nada a fazer na prova !!				

- No entanto, podemos mostrar que o argumento é inválido, apresentando uma **refutação**.

- **REFUTAÇÃO:** é um conjunto de condições de verdade que torna todas as premissas de um argumento verdadeiras e a conclusão falsa.
- Para obter uma refutação, tomamos todas as fbfs simples¹² das linhas não bloqueadas da tentativa de prova acima e as colocamos em um quadro separado. A ordem delas não importa.
- Neste exemplo, as fbfs simples são as das linhas 1, 4, 6 e 7. Nosso quadro fica então:

$$U, \sim M, C, R$$

- As letras neste quadro nos dão as condições de verdade que refutam o argumento (U, C e R verdadeiros e M falso).
- Vejamos como:
- Marcamos no argumento com "1" cada letra que aparece sozinha no quadro, sem o símbolo de negação.
 - No nosso caso são as letras U, C e R.
- E então, marcamos no argumento com "o" cada letra que aparece negada no quadro, ou seja, seguida do símbolo "~".
 - No nosso caso é apenas a letra M.
- Fazendo isso, o argumento fica:

$U^1 = 1$ $(U^1 \supset (M^o \vee C^1)) = 1 \quad (1 \supset (o \vee 1)) = (1 \supset 1) = 1$ $(C^1 \supset R^1) = 1$ $\therefore M^o = o$	<p><u>Argumento Inválido</u></p> <p>Pois nas condições de verdade dadas por U, C, R e ~M todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.</p>
--	---

- As condições de verdade (as circunstâncias) dadas por U=1, C=1, R=1 e M=o (ou, dito de modo mais simples, por U, C, R e ~M) fazem todas as premissas serem verdadeiras e a conclusão falsa.
 - Mas esta situação de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa não é possível para um argumento válido. Logo, o argumento é inválido.
 - Dizemos então que as fbfs U, C, R e ~M constituem uma refutação ao argumento, pois elas descrevem as condições de verdade (circunstâncias) em que todas as premissas do argumento são verdadeiras e a conclusão é falsa.
- Então, falando de um modo geral, uma refutação corresponde a um conjunto de sentenças, que são fbfs simples do argumento, que descrevem uma situação em que todas as premissas do argumento são verdadeiras e a sua conclusão é falsa, comprovando, com isso, que o argumento é inválido.
- Refutações como esta são muito comuns em tribunais. Advogados de defesa as utilizam todo o tempo. Eles descrevem uma situação que seja consistente com as evidências (as premissas) na qual seus clientes são inocentes (uma refutação). Se é possível descrever uma tal situação, então não é verdade que as evidências **provam** que o réu é culpado. Logo, o argumento que

¹² Lembrando, as fbfs simples são aquelas que são apenas uma letra ou a negação de uma letra: P, ~P, Q, ~Q, A, ~A, ...

conclui a culpabilidade do réu com base nas evidências do caso é inválido e o réu deve ser inocentado.

- Veja outro exemplo de um argumento inválido e sua refutação:

1	$(A^\circ \supset B^1)$	= 1	Inválido
*2	$(C^\circ \vee B^1)$	= 1	$B, \sim A, \sim C$
	$\left[\therefore (C^\circ \vee A^\circ) \right]$	= 0	
*3	sup: $\sim(C \vee A)$		
4	$\therefore \sim C$	{de 3 por S-2}	
5	$\therefore \sim A$	{de 3 por S-2}	
6	$\therefore B$	{de 2 e 4 por I-3}	
Não há mais regras a aplicar e não chegamos a uma contradição. Logo, tentamos construir uma refutação!			

- Novamente, aplicamos todas as regras possíveis. Como não chegamos a uma contradição, tomamos as fbfs simples e as colocamos em um quadro separado. Este quadro nos dá uma refutação para o argumento, pois apresenta as condições em que todas as suas premissas são verdadeiras e sua conclusão é falsa. Basta fazer as contas para verificar. O argumento é portanto inválido.
- Vamos agora resumir a estratégia geral para provar ou refutar argumentos proposicionais:

ESTRATÉGIA PARA PROVAR OU REFUTAR ARGUMENTOS PROPOSICIONAIS	
1. INÍCIO	Bloqueamos a conclusão do argumento e adicionamos uma linha com "sup:" seguido da sentença contraditória da conclusão.
2. REGRAS S e I	Percorremos as fbfs complexas, não marcadas com * e não bloqueadas e as usamos para derivar novas fbfs usando as S-regras e I-regras. Sempre que aplicamos uma regra, marcamos com * qualquer fbf na qual aplicamos uma S-regra, ou a fbf mais longa usada em uma I-regra. Se chegarmos a uma contradição, aplicamos a regra RAA (vá para o passo 3). Se não há mais nada a derivar e nenhuma contradição foi encontrada, então efetuamos a refutação (vá para o passo 4).
3. RAA	Uma vez que obtivemos uma contradição, aplicamos RAA (redução ao absurdo) e provamos que o argumento é válido.
4. REFUTAÇÃO	Nenhuma contradição foi obtida e não é possível derivar mais nada. Desenhe um quadro com as fbfs simples (letras ou suas negações) que não tenham sido bloqueadas. No argumento original marque cada letra com "1", "0" ou "?", dependendo se é a letra ou a negação ou nenhuma das duas que você colocou no quadro. Se estas condições de verdade fazem todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, então isto mostra que o argumento é inválido.

- Esta estratégia pode provar ou refutar **a maioria** dos argumentos proposicionais. Veremos mais adiante, que alguns argumentos precisam de uma estratégia mais complexa, que se valerá de múltiplas suposições.
- Quando obtemos os valores das letras em uma refutação, **devemos** obter todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Faça as contas para conferir, pois caso isso não ocorra, é sinal de que você fez algo errado, e precisa revisar os seus passos.
 - A própria linha em que você encontrou o problema (alguma premissa que deu "o" ou "?", ou a conclusão que de "1" ou "?") é a fonte do erro.
 - Você talvez derivou erroneamente algo desta linha, ou deixou de derivar algo que podia.
 - Então, caso você cometa algum erro, a própria estratégia te ajuda a encontrar a solução do problema.

EXERCÍCIO 4.3a

Prove que cada argumento abaixo é inválido através de uma refutação. (Todos eles são inválidos. Você só precisa refutá-los!)

Exemplo:

$\begin{array}{l} (A \supset B) \\ \therefore (B \supset A) \end{array}$	1	$(A \supset B)$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">Inválido B, $\sim A$</div>	
		$\left[\begin{array}{l} \therefore (B \supset A) \end{array} \right.$		
	*	2		sup: $\sim(B \supset A)$
		3		$\therefore B$ {de 2 por S-3}
		4		$\therefore \sim A$ {de 2 por S-3}
<p>Nenhuma contradição foi encontrada e não há mais regras a aplicar. Portanto, devemos refutar o argumento. As sentenças B e $\sim A$ (ou seja, B=1 e A=0) refutam o argumento pois indicam uma circunstância em que todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Portanto o argumento é inválido.</p>				

1.

$(A \vee B)$
 $\therefore A$

5.

$((A \supset B) \supset (C \supset D))$
 $(B \supset D)$
 $(A \supset C)$
 $\therefore (A \supset D)$

8.

$((A \wedge B) \supset C)$
 $((C \vee D) \supset \sim E)$
 $\therefore \sim(A \wedge E)$

2.

$(A \supset B)$
 $(C \supset B)$
 $\therefore (A \supset C)$

6.

$(A \equiv B)$
 $(C \supset B)$
 $\sim(C \wedge D)$
D
 $\therefore \sim A$

9.

$\sim(A \wedge B)$
 $(\sim A \vee C)$
 $\therefore \sim(C \wedge B)$

3.

$\sim(A \wedge \sim B)$
 $\therefore \sim(B \wedge \sim A)$

7.

$((A \wedge B) \supset C)$
 $\therefore (B \supset C)$

10.

$\sim(\sim A \wedge \sim B)$
 $\sim C$
 $(D \vee \sim A)$
 $((C \wedge \sim E) \supset \sim B)$
 $\sim D$
 $\therefore \sim E$

4.

$(A \supset (B \wedge C))$
 $(\sim C \supset D)$
 $\therefore ((B \wedge \sim D) \supset A)$

EXERCÍCIO 4.3b

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente. Então traduza-o para a linguagem proposicional formal (usando as letras sugeridas) e decida se ele é válido (e apresente uma prova) ou inválido (e apresente uma refutação).

Exemplo:

<p>Se a <u>crença em Deus tem base científica (B)</u>, então <u>ela é racional (R)</u>.</p> <p><u>Nenhum experimento científico concebível pode decidir se Deus existe (D)</u>.</p> <p>Se a <u>crença em Deus tem base científica (B)</u>, então <u>algum experimento científico concebível poderia decidir se Deus existe (D)</u>.</p> <p>\therefore <u>A crença em Deus não é racional (R)</u>. [Use as letras B, R, D]</p>		
<p>(B \supset R)</p> <p>\simD</p> <p>(B \supset D)</p> <p>\therefore \simR</p>	<p>1 (B$^\circ$ \supset R1) = (o \supset 1) = 1</p> <p>2 \simD$^\circ$ = \simo = 1</p> <p>* 3 (B$^\circ$ \supset D$^\circ$) = (o \supset o) = 1</p> <p style="margin-left: 20px;">[\therefore \simR1 = \sim1 = o</p> <p>4 sup: R</p> <p>5 \therefore \simB {de 2 e 3 por I6}</p>	<p>Inválido</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> \simD, R, \simB </div>
<p>Nenhuma contradição foi encontrada e não há mais regras a aplicar. Portanto, devemos refutar o argumento. As sentenças \simD, R, \simB (ou seja, D=0, R=1, B=0) refutam o argumento pois indicam uma circunstância em que todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. Portanto o argumento é inválido.</p>		

- Se o mordomo atirou em João, então ele sabia como usar uma arma

Se o mordomo fosse um soldado da reserva, então ele sabia como usar uma arma

O mordomo era um soldado da reserva

\therefore O mordomo atirou em João [Use as letras A, S e R]

- Se a virtude pode ser ensinada, então ou há profissionais do ensino da virtude ou há amadores que ensinam a virtude.

Se há profissionais do ensino da virtude, então os sofistas podem ensinar os seus estudantes a serem virtuosos.

Se há amadores que ensinam a virtude, então o mais virtuoso dos atenienses pode ensinar os seus filhos a serem virtuosos.

Os sofistas não podem ensinar os seus estudantes a serem virtuosos e o mais virtuoso dos atenienses (tal como o grande líder Péricles) não pode ensinar os seus filhos a serem virtuosos.

\therefore A virtude não pode ser ensinada. [Use as letras V, P, A, S e F]

[argumento de Platão, no diálogo Menon.]

3. Seria igualmente errado que algum sádico o cegasse permanentemente antes ou depois de seu nascimento.

Através da injeção de uma droga que cegaria você, mas não afetaria sua mãe gestante.

Se fosse igualmente errado que algum sádico o cegasse permanentemente antes ou depois de seu nascimento (através de uma tal injeção), então seria falso que nosso direito moral à igualdade inicia-se no nascimento.

Se o infanticídio (assassinato de crianças) é errado e o aborto não é errado, então nosso direito moral à igualdade inicia-se no nascimento.

O infanticídio é errado.

∴ O aborto é errado

[Use as letras E, D, I e A]

4. Se você sustenta uma crença moral e não age de acordo com ela, então você é inconsistente.

Se você é inconsistente então você está agindo errado.

∴ Se você sustenta uma crença moral e age de acordo com ela, então você está agindo errado.

[Use as letras M, A, I e E]

[Esta conclusão é plausível? Qual seria uma conclusão mais plausível a partir destas premissas?]

5. Se Sócrates fugir da prisão, então ele escolheu obedecer o estado apenas quando isso lhe convém.

Se ele escolheu obedecer o estado apenas quando isso lhe convém, então ele não acredita realmente no que diz e é inconsistente.

∴ Se Sócrates acredita realmente no que diz então ele não fugirá da prisão. [Use F, O, A e I]

[Argumento de Platão, no diálogo Críton. Sócrates tinha sido preso e condenado à morte por ensinar filosofia. Ele discutiu com seus amigos se deveria fugir da prisão ao invés de submeter-se à pena de morte.]

6. A morte de Sócrates será um sono perpétuo ou, se os deuses forem bons, então sua morte será a entrada para uma vida melhor.

Se a morte de Sócrates for um sono perpétuo, então ele não deveria temer a morte.

Se sua morte for uma entrada para uma vida melhor, então ele não deveria temer a morte.

∴ Ele não deveria temer a morte. [Use as letras P, B, M e T]

[Argumento de Platão, no diálogo Críton, exceto por uma premissa retirada. Qual é ela?]

7. Se a predestinação é verdadeira, então Deus causa nossos pecados

Se tudo está predestinado, então nossos pecados estão predestinados e foram predestinados por Deus.

Se Deus causa nossos pecados e ainda condena os pecadores à punição eterna, então Deus não é Bom.

∴ Se Deus é bom, então a predestinação não é verdadeira, ou Deus não condena os pecadores à punição eterna.

[Use as letras P, C, E e B]

[Este argumento ataca as idéias do pensador colonial americano Jonathan Edwards.]

8. Se o determinismo é verdadeiro, então não temos livre-arbítrio.

Se a interpretação de Heisenberg da física quântica for correta, então alguns eventos não necessitam ser causados por eventos anteriores.

Se alguns eventos não necessitam ser causados por eventos anteriores então o determinismo é falso.

- ∴ Se a interpretação de Heisenberg da física quântica for correta, então nós temos livre-arbítrio. [Use as letras D, L, H e C]

9. A função do governo é proteger a vida, a liberdade e a busca da felicidade.

O governo colonial britânico não dá esta proteção.

A única maneira de substituir o governo colonial britânico é através da revolução.

Se a função do governo é proteger a vida, a liberdade e a busca da felicidade e o governo colonial britânico não dá esta proteção, então o governo colonial britânico deve ser substituído.

Se o governo colonial britânico deve ser substituído e a única maneira de substituí-lo é através da revolução, então devemos fazer a revolução.

- ∴ Devemos fazer a revolução [Use as letras G, B, U, S e R]

[este argumento resume as razões por trás da declaração de independência norte-americana. A premissa 1 foi alegada ser auto-evidente, as premissas 2 e 3 se baseiam em dados históricos e as premissas 4 e 5 são ligações conceituais das outras premissas. - Como o Gensler é norte-americano, vamos dar um desconto a ele (nota do Daniel!)]

10. Os ensinamentos dos apóstolos vêm de Deus ou têm origem humana.

Se eles vêm de Deus e nós matarmos os apóstolos, então estaremos lutando contra Deus.

Se eles têm origem humana, então eles se mostrarão falhos por si sós.

Se eles se mostrarem falhos por si sós e nós matarmos os apóstolos, então estas mortes serão desnecessárias

- ∴ Se matarmos os apóstolos, então estas mortes serão desnecessárias ou estaremos lutando contra Deus. [Use as letras D, H, M, L, F e G]

[Este argumento é de Rabbi Gamaliel (em Atos 5:34-9) é, talvez, o raciocínio mais complexo de toda a bíblia.]

11. Se o materialismo for verdadeiro, então o idealismo é falso.

materialismo: apenas a matéria existe.

Se o idealismo for verdadeiro, então o materialismo é falso.

idealismo: apenas a mente existe.
--

Se existem eventos mentais, então o materialismo é falso.

Se os materialistas pensam que sua teoria é verdadeira, então existem eventos mentais.

- ∴ Se os materialistas pensam que sua teoria é verdadeira, então o idealismo é verdadeiro. [Use as letras M, I, E e P]

12. Se o determinismo é verdadeiro e a crueldade é errada, então o universo contém ações erradas inevitáveis.
- Se o universo contém ações erradas inevitáveis, então nós devemos rejeitar o universo como um todo.
- Se o determinismo é verdadeiro e rejeitar a crueldade é errado, então o universo contém ações erradas inevitáveis.
- ∴ Se o determinismo é verdadeiro, então devemos rejeitar o universo como um todo (a opção pessimista) ou a crueldade não é errada e a rejeição da crueldade não é errada (a opção "tanto faz"). [Use as letras D, C, U, T e R]
- [Este argumento é um esboço do raciocínio de William James em "O Dilema do Determinismo". James propôs que quando não podemos provar que um lado ou o outro são corretos (como no caso do determinismo), seria mais racional escolher nossas crenças de acordo com considerações práticas. Ele argumentou que isso pesava contra o determinismo.]
13. Se uma crença for provada, então é digna de ser aceita.
- Se uma crença não for refutada, mas tem valor prático para nossas vidas, então é digna de ser aceita.
- Se uma crença for provada, então ela não é refutada.
- ∴ Se uma crença for provada ou tem valor prático para nossas vidas, então é digna de ser aceita. [Use as letras P, A, R e V]
14. Se você é consistente e pensa que roubar é normalmente permissível, então você concordará com a idéia de outros lhe roubarem em circunstâncias normais.
- Você não concorda com a idéia de outros lhe roubarem em circunstâncias normais.
- ∴ Se você é consistente, você não pensa que roubar é normalmente permissível [Use C, P e R]
15. Se o significado de um termo sempre é o objeto a que ele se refere, então o significado de "Fido" é Fido.
- Fido é o nome de um cachorro.
- Se o significado de "Fido" é Fido, então se Fido está morto o significado de "Fido" está morto
- Se o significado de "Fido" está morto, então "Fido está morto" não tem significado.
- "Fido está morto" tem significado.
- ∴ O significado de um termo não é sempre o objeto a que ele se refer. [Use O, F, M, S e E]
- [Este argumento é de Ludwig Wittgenstein, exceto por uma premissa que está faltando. Qual é a premissa que falta?]
16. Deus é todo poderoso.
- Se Deus é todo poderoso, então ele poderia ter criado o mundo em qualquer modo logicamente possível e não haveria qualquer necessidade no mundo.
- Se não há necessidade no mundo, então nós não conseguimos saber o modo como o mundo é por especulação abstrata desconectada da experiência.
- ∴ Nós não conseguimos saber o modo como o mundo é por especulação abstrata desconectada da experiência [Use as letras T, C, N e A]
- [argumento do filósofo medieval William de Ockham.]

17. Se Deus se modifica, então ele se modifica para pior ou para melhor.
 Se ele se modifica para melhor, então ele não é perfeito.
 Se ele for perfeito, então ele não se modifica para pior.
 ∴ Se Deus for perfeito, então ele não se modifica. [Use as letras M, R, B e P]
18. Se a crença em Deus tem base científica, então ela é racional.
 Nenhum experimento científico concebível pode decidir se Deus existe.
 Se a crença em Deus tem base científica, então algum experimento científico concebível poderia decidir se Deus existe.
 ∴ A crença em Deus não é racional. [Use as letras B, R, D]
19. Todo evento com uma probabilidade finita eventualmente ocorre.
 Se as potências mundiais não se livrarem de suas armas nucleares, então há uma probabilidade finita de que a humanidade eventualmente destruirá o mundo.
 Se todo evento com uma probabilidade finita eventualmente ocorre e há uma probabilidade finita de que a humanidade eventualmente destruirá o mundo, então a humanidade eventualmente destruirá o mundo.
 ∴ As potências mundiais se livrarão de suas armas nucleares ou a humanidade eventualmente destruirá o mundo. [Use as letras E, L, F e H]
20. Se o mundo não é de todo absurdo, então a vida consciente continuará para sempre e o processo do mundo culminará em uma meta pessoal eterna.
 Se Deus não existe, então a vida consciente não continuará para sempre.
 ∴ Se o mundo não é de todo absurdo, então há um Deus. [Use as letras A, S, E e G]
 [argumento de Pierre Teilhard de Chardin.]
21. Se choveu há exatamente 500 anos, e não há como sabermos se choveu aqui há exatamente 500 anos, então há verdades objetivas que não podemos saber.
 Se não choveu aqui há exatamente 500 anos, e não há como sabermos se choveu aqui há exatamente 500 anos, então há verdades objetivas que não podemos saber.
 Não há como sabermos se choveu há exatamente 500 anos.
 ∴ Há verdades objetivas que não podemos saber. [Use as letras C, S e O]
22. Se você sabe que não existe, então você não existe.
 Se você sabe que não existe, então você sabe alguma coisa.
 Se você sabe alguma coisa, então você existe.
 ∴ Você existe. [Use as letras S, E e C]

23. Temos a idéia de um ser perfeito.

Se temos a idéia de um ser perfeito, então esta idéia veio do mundo ou veio de um ser perfeito.

Se esta idéia veio de um ser perfeito, então Deus existe

∴ Deus existe.

[Use as letras I, M, P e D]

[argumento de René Descartes, exceto por uma premissa que está faltando. Qual é esta premissa?]

24. A distância de A a B pode ser dividida em uma infinidade de pontos espaciais.

Pode-se cruzar apenas um ponto espacial de cada vez.

Se cruza-se apenas um ponto espacial de cada vez, então não se pode cruzar uma infinidade de pontos espaciais em um tempo finito.

Se a distância de A a B pode ser dividida em uma infinidade de pontos espaciais e não se pode cruzar uma infinidade de pontos espaciais em um tempo finito, então não se pode mover de A para B em um tempo finito.

Se o movimento é real, então pode-se mover de A para B em um tempo finito.

∴ O movimento não é real

[Use as letras D, C, F, M e R]

[argumento de Zenão de Eleia, filósofo pré-Socrático que negou a realidade do movimento.]

25. Se a raiz quadrada de 2 é igual a alguma fração positiva de números inteiros, então (nós estipulamos) a raiz quadrada de 2 é igual a x/y e x/y é tão simplificada quanto pode ser.

Se a raiz quadrada de 2 é igual a x/y então $2 = x^2/y^2$.

Se $2 = x^2/y^2$, então $2y^2 = x^2$.

Se $2y^2 = x^2$, então x é par.

Se x é par e $2y^2 = x^2$ então y é par.

Se x é par e y é par, então x/y não é tão simplificada quanto pode ser.

∴ A raiz quadrada de 2 não é igual a alguma fração positiva de números inteiros
[Use as letras F, F', S, T, T', X e Y]

4.4. Suposições Múltiplas

- Ficaremos sem saída se aplicarmos nossa estratégia de prova atual ao seguinte argumento:

<p>Se o mordomo estava na festa, então ele mexeu nas bebidas e envenenou o falecido.</p> <p>Se o mordomo não estava na festa, então o detetive deveria tê-lo visto saindo da mansão e teria relatado este fato.</p> <p>O detetive não relatou este fato.</p> <p>∴ O mordomo envenenou o falecido.</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%; text-align: right;">1</td> <td style="width: 70%;">(F ⊃ (B ∧ E))</td> <td style="width: 25%;">– premissa</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">2</td> <td>(¬F ⊃ (S ∧ R))</td> <td>– premissa</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">3</td> <td>¬R</td> <td>– premissa</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">4</td> <td>[∴ E</td> <td>– conclusão</td> </tr> <tr> <td></td> <td>sup: ¬E</td> <td></td> </tr> </table> <p>Note que não há contradição nem há como aplicar nenhuma das regras que conhecemos às sentenças acima!!!</p>	1	(F ⊃ (B ∧ E))	– premissa	2	(¬F ⊃ (S ∧ R))	– premissa	3	¬R	– premissa	4	[∴ E	– conclusão		sup: ¬E		argumento
1	(F ⊃ (B ∧ E))	– premissa															
2	(¬F ⊃ (S ∧ R))	– premissa															
3	¬R	– premissa															
4	[∴ E	– conclusão															
	sup: ¬E																

- Expandiremos nossa estratégia de prova para conseguirmos sair de situações como esta. A idéia é que, sempre que ainda houver sentenças complexas não estreladas, mas não houver nenhuma regra que possamos aplicar a elas, então deveremos fazer novas suposições!
- Seguindo nosso exemplo, vamos nos concentrar em "quebrar" a fbf da linha 1.
- Esta fbf apresenta um condicional cujo antecedente é "F" e o conseqüente é "(B ∧ E)".
- A estratégia que utilizaremos é assumir como suposição uma das partes ou a negação de uma das partes da sentença que queremos quebrar. Neste caso, escolhemos arbitrariamente supor "¬F". Veja então como a prova continua:

*	1	(F ⊃ (B ∧ E))	Válido
**	2	(¬F ⊃ (S ∧ R))	
	3	¬R	
	4	[∴ E	
	5	sup: ¬E	
	6	[sup: ¬F	{"quebra" de 1}
**	7	∴ (S ∧ R)	{de 2 e 5 por I5}
	8	∴ S	{de 6 por S1}
	9	∴ R	{de 6 por S1}
	10	∴ F	{de 5 por RAA, pois 3 e 8 se contradizem}
*	11	∴ (B ∧ E)	{de 1 e 9 por I5}
	12	∴ B	{de 11 por S1}
	13	∴ E	{de 11 por S1}
	14	∴ E	{de 4 por RAA, pois 4 e 12 se contradizem}

- Vamos estudar cuidadosamente este exemplo.
- Após colocar as premissas nas três primeiras linhas da prova e, na seqüência, a conclusão bloqueada, nosso primeiro passo foi supor o contraditório da conclusão "¬E" na linha 4.

- b. Mas entre as linhas 1 a 4 há apenas duas fbfs complexas (linhas 1 e 2). Ambas são condicionais e nas outras linhas (3 e 4) não temos nenhum antecedente ou negação do conseqüente de algum destes condicionais para podermos aplicar as regras I5 ou I6. Ou seja, não há regra para ser aplicada. E note também que não temos condições de produzir nenhuma refutação, uma vez que não aplicamos regra nenhuma, não obtivemos as fbfs simples (letras ou negações de letras) que nos dariam uma refutação. Então, após a suposição da linha 4, ficamos "travados". Sem ter como continuar a prova.
- c. Quando isso ocorrer, nossa estratégia será fazer uma nova suposição. Mas qual suposição devemos fazer? O processo é o seguinte:
1. Devemos escolher alguma das fbfs complexas, não marcadas com "*", para a qual não haja, em nenhuma outra linha da prova, a afirmação ou negação de qualquer uma de suas partes.
 2. Uma vez encontrada uma fbf na prova que satisfaz a condição (1) acima, então fazemos na linha seguinte a suposição de alguma de suas partes ou da negação de alguma de suas partes.
 - Por exemplo, se em uma prova em que ficamos travados, uma das linhas não estreladas e não bloqueadas tem uma sentença da forma $(P \vee Q)$ e não há, em nenhuma outra linha da prova as sentenças P ou $\sim P$ ou Q ou $\sim Q$ (qualquer uma de suas partes ou a negação de suas partes), então podemos fazer a suposição de P ou de $\sim P$ ou de Q ou de $\sim Q$.
 - Vejamos o nosso exemplo acima. No início da prova temos:

$$\begin{array}{l}
 1 \quad (F \supset (B \wedge E)) \\
 2 \quad (\sim F \supset (S \wedge R)) \\
 3 \quad \sim R \\
 \left[\begin{array}{l} \therefore E \end{array} \right. \\
 4 \quad \text{sup: } \sim E
 \end{array}$$

- Na linha 4 estamos travados. Escolhemos, então, arbitrariamente "quebrar" a sentença da linha 1. Ela é um condicional e não temos, em outra linha da prova nenhuma de suas partes ou a negação delas $[F, \sim F, (B \wedge E), \sim(B \wedge E)]$.
- Então, na linha 5, podemos supor qualquer uma destas fórmulas $[F, \sim F, (B \wedge E), \sim(B \wedge E)]$. Tanto faz a fórmula que escolhermos. A estratégia funcionará com qualquer uma! Experimente.
- Escolhemos, arbitrariamente, supor " $\sim F$ ". Então a prova fica:

$$\begin{array}{l}
 1 \quad (F \supset (B \wedge E)) \\
 2 \quad (\sim F \supset (S \wedge R)) \\
 3 \quad \sim R \\
 \left[\begin{array}{l} \therefore E \end{array} \right. \\
 4 \quad \text{sup: } \sim E \\
 5 \quad \text{sup: } \sim F \quad \{ \text{quebra de 1} \}
 \end{array}$$

- d. Feita a segunda suposição, continuamos a prova normalmente, aplicando S-regras e I-regras, até encontrar uma contradição.

1	(F \supset (B \wedge E))	
** 2	(\sim F \supset (S \wedge R))	
3	\sim R	
	[\therefore E	
4	sup: \sim E	
5	sup: \sim F	{"quebra" de 1}
** 6	\therefore (S \wedge R)	{de 2 e 5 por I5}
7	\therefore S	{de 6 por S1}
8	\therefore R	{de 6 por S1}

- e. Aplicamos as regras normalmente para obter as linhas 6, 7 e 8.

- A única diferença aqui é que marcamos as fbfs nas quais aplicamos regras com duas estrelas. Fazemos isso sempre que há duas suposições não bloqueadas na prova.
- Então a regra é: marque a sentença na qual aplicou uma S-regra ou a maior sentença na qual aplicou uma I-regra com tantas estrelas quantas forem as suposições não bloqueadas da prova.

- f. Repare que as linhas 3 e 8 se contradizem, então podemos aplicar a redução ao absurdo (RAA). Fazemos isso da seguinte forma:

- Inferimos na linha 9 o contrário da suposição mais abaixo na prova (a linha 5) e bloqueamos todas as linhas desde esta suposição até a linha onde a contradição foi obtida. Veja:

1	(F \supset (B \wedge E))	
** 2	(\sim F \supset (S \wedge R))	
3	\sim R	
	[\therefore E	
4	sup: \sim E	
5	sup: \sim F	{"quebra" de 1}
** 6	\therefore (S \wedge R)	{de 2 e 5 por I5}
7	\therefore S	{de 6 por S1}
8	\therefore R	{de 6 por S1}
9	\therefore F	{de 5 por RAA, pois 3 e 8 se contradizem}

- Além disso, apagamos as marcas com duas estrelas. Indicamos isso no exemplo apenas enfraquecendo as marcas das linhas 2 e 6. Ao apagar estas marcas, estamos novamente permitindo que as sentenças destas linhas sejam utilizadas para outras inferências na prova.

- Daqui para a frente, não podemos mais utilizar as sentenças das linhas 5 a 8, que foram bloqueadas, mas podemos voltar a utilizar a sentença da linha 2, pois sua marca foi apagada. Por que fizemos isso? Vamos Pensar:
 - Em primeiro lugar, como nossa segunda suposição ($\sim F$, na linha 5) nos levou a uma contradição, então ela é uma suposição falsa. Por isso concluímos em 9 o seu contraditório com a regra RAA. Então esta suposição e tudo o que deduzimos após ela, até o momento em que obtivemos a contradição, está "contaminado" e, portanto, deve ser bloqueado. É por isso que bloqueamos as linhas 5 a 8.
 - Como as fbfs que deduzimos das linhas marcadas com duas estrelas foram bloqueadas (linhas 5 a 8), então não há mais conseqüências destas fbfs disponíveis na prova. Portanto, devemos poder utilizá-las novamente, agora sem a "contaminação" da suposição falsa. Por isso apagamos as estrelas duplas.
- g. Agora, que temos "F" na linha 9, utilizamos esta fbf normalmente para aplicar novas regras e terminar a prova, lembrando sempre que as linhas bloqueadas (5 a 8) não podem ser mais utilizadas. Então a prova continua como se segue:

*	1	(F \supset (B \wedge E))	
		Válido	
**	2	($\sim F \supset (S \wedge R)$)	
	3	$\sim R$	
	4	[$\therefore E$ sup: $\sim E$	
	5	[sup: $\sim F$ {quebra de 1}	
**	6	[$\therefore (S \wedge R)$ {de 2 e 5 por I5}	
	7	[$\therefore S$ {de 6 por S1}	
	8	[$\therefore R$ {de 6 por S1}	
	9	[$\therefore F$ {de 5 por RAA, pois 3 e 8 se contradizem}	
*	10	[$\therefore (B \wedge E)$ {de 1 e 9 por I5}	
	11	[$\therefore B$ {de 10 por S1}	
	12	[$\therefore E$ {de 10 por S1}	
	13	[$\therefore E$ {de 4 por RAA, pois 4 e 12 se contradizem}	

- Estude este exemplo novamente. Volte ao início do item 4.4, releia este tópico e certifique-se de ter compreendido o que se passa aqui antes de continuar.

4.5. Provas mais Complexas

- A parte mais difícil das provas com suposições múltiplas é saber **quando** fazer outra suposição e **o quê** (qual sentença) deve ser suposto.
- **QUANDO:** uma nova suposição deve ser feita quando a prova/refutação fica "travada". Ou seja, ainda há fórmulas complexas não marcadas, mas não é possível aplicar nenhuma S-regra ou I-regra a estas fórmulas.
 - Nesta situação ainda não foi encontrada nenhuma contradição, e também não há

fórmulas simples o suficiente na prova para construirmos uma refutação.

- A prova/refutação fica travada quando temos sentenças complexas nas quais se aplicaria uma I-regra, mas falta a sentença menor da aplicação. Isto ocorre com sentenças com a seguinte forma:

$$\sim(P \wedge Q) \quad (P \vee Q) \quad (P \supset Q)$$

- para as quais não temos em outra linha da prova nem uma parte, nem sua negação:

$$P \quad \sim P \quad Q \quad \sim Q$$

- **O QUÊ:** conforme vimos, se estamos no momento em que uma nova suposição deve ser feita na prova/refutação, então **há na prova uma sentença de uma das três formas abaixo:**

$$\boxed{\sim(P \wedge Q) \quad (P \vee Q) \quad (P \supset Q)}$$

- E além disso, não aparece em nenhuma outra linha da prova nenhuma das partes destas sentenças, sejam afirmadas sejam negadas. Ou, seja, **não ocorre na prova nenhuma das quatro formas abaixo:**

$$\boxed{P \quad \sim P \quad Q \quad \sim Q}$$

- Então devemos supor exatamente uma sentença com uma destas 4 formas. Podemos escolher qualquer uma das 4 que o processo funciona:

$$\boxed{\text{sup: } P \quad \text{sup: } \sim P \quad \text{sup: } Q \quad \text{sup: } \sim Q}$$

- **DETALHE IMPORTANTE:** há uma sutileza aqui. Suponha que em uma prova tenhamos, em linhas não estreladas e não bloqueadas, uma sentença da forma $(P \supset Q)$ e uma sentença da forma Q , mas não temos na prova nem sentença da forma P nem sentença da forma $\sim Q$.

$$\begin{array}{ll} : & : \\ i & (P \supset Q) \\ : & : \\ j & Q \\ : & : \end{array}$$

- Neste caso, não há possibilidade de aplicar I-regra em $(P \supset Q)$. Nem a regra I5 nem a I6 se aplicam a $(P \supset Q)$ e Q . No entanto, não devemos utilizar a sentença $(P \supset Q)$ como base para uma nova suposição, pois $(P \supset Q)$ já está "quebrada" na prova, uma vez que há, em outra linha, a sentença Q , que é uma parte de $(P \supset Q)$.
- Se a prova em questão estiver mesmo "travada", certamente haverá outra sentença complexa diferente de $(P \supset Q)$ não estrelada, para a qual não haja nenhuma de suas partes nem afirmada nem negada em outra linha da prova. Esta então é a sentença que deverá ser utilizada como base para a nova suposição.
- **MAIS UM DETALHE:** esta mesma estratégia deve ser utilizada para fórmulas mais

complicadas de qualquer tamanho. Por exemplo, para "quebrar" a fbf

$$((A \wedge B) \vee (C \supset (D \vee E)))$$

- Devemos supor a afirmação ou a negação de qualquer uma de suas partes, ou seja devemos supor uma das quatro seguintes sentenças:

$$\text{sup: } (A \wedge B) \quad \text{sup: } \sim(A \wedge B) \quad \text{sup: } (C \supset (D \vee E)) \quad \text{sup: } \sim(C \supset (D \vee E))$$

- Nossa estratégia final pode provar ou refutar QUALQUER argumento proposicional:

ESTRATÉGIA PARA PROVAR OU REFUTAR QUAISQUER ARGUMENTOS PROPOSICIONAIS	
1 INÍCIO	Bloqueie a conclusão do argumento e adicione uma linha com "sup:" seguido da sentença contraditória da conclusão.
2 REGRAS S e I	Percorra as fbfs complexas, não estreladas e não bloqueadas e use-as para derivar novas fbfs usando as S-regras e I-regras. Sempre que aplicar uma regra, marque com uma seqüência de n estrelas (onde n é o número suposições não bloqueadas) qualquer fbf na qual uma S-regra foi aplicada, ou a fbf mais longa usada em uma I-regra. Se chegar a uma contradição, aplique a regra RAA (vá para o passo 3). Se não há mais nada a derivar e nenhuma contradição foi encontrada, então faça uma nova suposição, se for possível (vá para o passo 4). Caso contrário efetue a refutação (vá para o passo 4).
3 RAA	Uma vez que uma contradição foi obtida, aplique RAA (redução ao absurdo), bloqueando todas as linhas da última suposição para baixo. Se todas as suposições estão bloqueadas, então você provou que o argumento é válido. Caso contrário, apague as seqüências com mais de n estrelas, onde n é o número de suposições não bloqueadas e retorne para o passo 2.
4 SUPO- SIÇÃO	Faça uma nova suposição se houver uma fbf não estrelada e não bloqueada com uma das formas abaixo, para a qual não haja, em nenhuma outra linha não bloqueada uma de suas partes ou a negação de uma de suas partes: $\sim(P \wedge Q) \quad (P \vee Q) \quad (P \supset Q)$ <p>Suponha uma parte ou sua negação (P ou $\sim P$ ou Q ou $\sim Q$) e volte ao passo 2.</p> <p><u>Nota:</u> não faça suposição a partir de uma fbf para a qual já haja, na prova uma de suas partes ou a negação de uma de suas partes. Por exemplo, não faça nenhuma suposição de "(A \supset B)" se já há na prova "$\sim A$" ou "B". Neste caso, esta fbf já está "quebrada". Procure outra fbf a partir da qual você fará a nova suposição.</p>
5 REFU- TAÇÃO	Nenhuma contradição foi obtida e não é possível derivar mais nada. Desenhe um quadro com as fbfs simples (letras ou suas negações) que não tenham sido bloqueadas. No argumento original marque cada letra com "1", "o" ou "?", dependendo se é a letra ou a negação ou nenhuma das duas que você colocou no quadro. Se estas condições de verdade fazem todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, então isto mostra que o argumento é inválido.

EXERCÍCIO 4.5a

Prove, através do método das provas com suposições múltiplas, que cada argumento abaixo é válido. (Todos eles são válidos. Você só precisa provar isso!)

Exemplo:

$(B \vee A)$ $(B \supset A)$ $\therefore \sim(A \supset \sim A)$	*	1	$(B \vee A)$	*** Válido ***	
	**	2	$(B \supset A)$		
			[$\therefore \sim(A \supset A)$
	*	3	sup: $(A \supset \sim A)$		
		4	sup: B		{quebra de 1}
	**	5	$\therefore A$		{de 2 e 4 por I5}
		6	$\therefore \sim A$		{de 3 e 5 por I5}
		7	$\therefore \sim B$		{de 4 por RAA, pois 5 e 6 se contradizem}
		8	$\therefore A$		{de 1 e 7 por I3}
		9	$\therefore \sim A$		{de 3 e 8 por I5}
	10	$\therefore \sim(A \supset \sim A)$	{de 3 por RAA, pois 8 e 9 se contradizem}		

O argumento é válido pois a contradição encontrada nas linhas 8 e 9 mostra que a situação em que todas as premissas são verdadeiras (afirmadas) e a conclusão é falsa (negada) é impossível, o que caracteriza o argumento como válido, de acordo com a nossa definição.

1. $(A \supset B)$
 $(A \vee (A \wedge C))$
 $\therefore (A \wedge B)$

4. $(A \vee (D \wedge E))$
 $(A \supset (B \wedge C))$
 $\therefore (D \vee C)$

7. $(\sim A \equiv B)$
 $\therefore \sim(A \equiv B)$

2. $((A \wedge B) \supset C) \supset (D \supset E)$
D
 $\therefore (C \supset E)$

5. $((A \supset B) \supset C)$
 $(C \supset (D \wedge E))$
 $\therefore (B \supset D)$

8. $(A \supset (B \wedge \sim C))$
C
 $((D \wedge \sim E) \vee A)$
 $\therefore D$

3. $(B \supset A)$
 $\sim(A \wedge C)$
 $(B \vee C)$
 $\therefore (A \equiv B)$

6. $(\sim(A \vee B) \supset (C \supset D))$
 $(\sim A \wedge \sim D)$
 $\therefore (\sim B \supset \sim C)$

EXERCÍCIO 4.5b

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente. Então traduza-o para a linguagem proposicional formal (usando as letras sugeridas) e mostre que ele é válido através do método das provas. Todos os argumentos são válidos!

Exemplo:

Juízos morais expressam ou afirmações verdadeiras (V) ou sentimentos (S).

Se juízos morais expressam afirmações verdadeiras (V), então "deve" expressa um conceito originado na experiência sensível (E) ou expressa um conceito objetivo que não vem da experiência sensível (O).

"Deve" não expressa um conceito originado na experiência sensível (E).

"Deve" não expressa um conceito objetivo que não vem da experiência sensível (O).

\therefore Juízos morais expressam sentimentos (S) e não afirmações verdadeiras (V).

$(V \vee S)$ $(V \supset (E \vee O))$ $\sim E$ $\sim O$ $\therefore (S \wedge \sim V)$	* 1	$(V \vee S)$	*** Válido ***
	** 2	$(V \supset (E \vee O))$	
	3	$\sim E$	
	4	$\sim O$	
		[$\therefore (S \wedge \sim V)$	
	* 5	sup: $\sim(S \wedge \sim V)$	
	6	sup: V	{quebra de 1}
	** 7	$\therefore (E \vee O)$	{de 2 e 6 por I5}
	8	$\therefore O$	{de 3 e 7 por I3}
	9	$\therefore \sim V$	{de 6 por RAA, pois 4 e 8 se contradizem}
	10	$\therefore S$	{de 1 e 9 por I3}
	11	$\therefore V$	{de 5 e 10 por I1}
12	$\therefore (S \wedge \sim V)$	{de 5 por RAA, pois 9 e 11 se contradizem}	

O argumento é válido pois a contradição encontrada nas linhas 9 e 11 mostra que a situação em que todas as premissas são verdadeiras (afirmadas) e a conclusão é falsa (negada) é impossível, o que caracteriza o argumento como válido, de acordo com a nossa definição.

- Se o mordomo colocou o torrão na bebida e o torrão era de veneno, então o mordomo matou o falecido e o mordomo é culpado.

O mordomo colocou o torrão na bebida.

O torrão era de veneno.

\therefore O mordomo é culpado. [Use as letras T, V, M e C]
- Se estou ficando resfriado e me exercito, então eu pioro e me sinto horrível.

Se eu não me exercito, então sinto falta de exercício e me sinto horrível.

\therefore Se estou ficando resfriado, então me sinto horrível. [Use as letras R, E, P, H e F]
- Você terá conceito A se e somente se você tirar 10 no exame final ou se enganar o professor.

Você não vai tirar 10 no exame final.

\therefore Você terá conceito A se e somente se você enganar o professor. [Use as letras A, D,

E]

4. Se o presidente Lula sabia do "mensalão", então ele mentiu para a nação e deveria ter renunciado.

Se o presidente Lula não sabia do "mensalão", então ele foi incompetente e deveria ter renunciado.

∴ O presidente Lula deveria ter renunciado. [Use as letras S, M, R e I]

5. O senso comum assume que temos conhecimento moral.

Não há nenhuma refutação ao conhecimento moral.

Se o senso comum assume que temos conhecimento moral, então se não há nenhuma refutação ao conhecimento moral, devemos acreditar que temos conhecimento moral.

Qualquer prova para uma verdade moral pressupõe uma verdade moral mais básica.

Não podemos provar verdades morais indefinidamente através de verdades morais mais básicas.

Se qualquer prova para uma verdade moral pressupõe uma verdade moral mais básica e não podemos provar verdades morais indefinidamente através de verdades morais mais básicas, então se devemos acreditar que temos conhecimento moral, devemos aceitar verdades morais auto-evidentes.

∴ Devemos aceitar verdades morais auto-evidentes. [Use as letras S, R, A, P, I e E]

[Este argumento defende o "intuicionismo ético"]

6. Juízos morais expressam ou afirmações verdadeiras ou sentimentos.

Se juízos morais expressam afirmações verdadeiras, então "deve" expressa um conceito originado na experiência sensível ou expressa um conceito objetivo que não vem da experiência sensível.

"Deve" não expressa um conceito originado na experiência sensível.

"Deve" não expressa um conceito objetivo que não vem da experiência sensível.

∴ Juízos morais expressam sentimentos e não afirmações verdadeiras. [Use as letras V, S, E e O]

7. Se o Alecrim ganhar ou empatar, então o Alecrim disputará a Copa do Brasil e Daniel ficará feliz.

∴ Se Daniel não está feliz, então o Alecrim não empatou. [Use as letras G, E, C e F]

8. Há obrigações morais.

Se há obrigações morais e as obrigações morais são explicáveis, então há uma explicação que ultrapassa a existência de Deus ou a existência de Deus explica as obrigações morais.

A existência de Deus não explica as obrigações morais.

∴ As obrigações morais não são explicáveis ou há uma explicação que ultrapassa a existência de Deus. [Use as letras O, E, U e D]

9. Se é possível prever o futuro e a Dra. Freudlove prediz corretamente o que eu farei, então se ela me disser sua predição eu farei algo diferente.

Se a Dra. Freudlove me disser sua predição e eu fizer algo diferente, então a Dra. Freudlove não prediz corretamente o que eu farei.

∴ Se é possível prever o futuro, então a Dra. Freudlove não prediz corretamente o que eu farei, ou ela não me dirá sua predição. [Use as letras P, C, D e F]

Os pais disseram ao seu filho que a condição para que pagassem por sua faculdade era a que ele deixasse sua namorada Débora. Um amigo convenceu os pais a mudarem de idéia através do seguinte argumento:

10. Se vocês pressionarem seu filho e ele deixar Débora, então ele se decepcionará por ter sido forçado a deixá-la e ficará magoado com vocês para sempre.

Se vocês pressionarem seu filho e ele não deixar Débora, então ele se decepcionará por não ter podido fazer faculdade e ficará magoado com vocês para sempre.

∴ Se vocês pressionarem seu filho ele ficará magoado com vocês para sempre. [Use as letras]

4.6. Refutações mais Complexas

- Argumentos inválidos com suposições múltiplas funcionam de modo muito semelhante aos outros argumentos inválidos. Com exceção de que precisamos fazer mais suposições antes de obtermos a refutação.
- Vejamos um exemplo:

<p>Se o mordomo estava na festa, então ele mexeu nas bebidas e envenenou o falecido.</p> <p>Se o mordomo não estava na festa, então ele estava na casa do visinho.</p> <p>∴ O mordomo envenenou o falecido.</p>	1	$(F^o \supset (B^? \wedge E^o)) = 1$	Inválido
	** 2	$(\sim F^o \supset V^i) = 1$	$V, \sim F, \sim E$
		[$\therefore E^o = o$	
	3	sup: $\sim E$	
	4	sup: $\sim F$	{quebra de 1}
	5	$\therefore V$	{de 2 e 4 por I5}
<p>Note que não há contradição, não há mais regras a aplicar e não há mais fbf complexa, não estrelada, a ser quebrada. ¹³</p>			

- Inferimos tudo o que foi possível, fizemos suposições adicionais e não obtivemos contradição. Ao invés de contradição, obtivemos a seguinte refutação para o argumento, separando as sentenças simples que ocorrem nas linhas não bloqueadas de nossa tentativa de prova acima:

¹³ A sentença da linha 1 " $(F \supset (B \wedge E))$ " não serve como base para uma nova suposição, pois ela já está "quebrada", uma vez que a negação de uma de suas partes " $\sim F$ " aparece em outra linha. Então não há mais nada a fazer, a não ser tentar refutar o argumento.

$V =$	o mordomo estava na casa do vizinho	(o mesmo que $V = 1$)
$\sim F =$	o mordomo não estava na festa	(o mesmo que $F = 0$)
$\sim E =$	o mordomo não envenenou o falecido	(o mesmo que $E = 0$)

- Estas sentenças refutam o argumento pois descrevem uma circunstância na qual todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.
- Substituindo as letras do argumento pelos valores dados pela refutação temos:

$$\begin{aligned} (F^0 \supset (B^1 \wedge E^0)) &= (0 \supset (1 \wedge 0)) = (0 \supset 0) = 1 \\ (\sim F^0 \supset V^1) &= (\sim 0 \supset 1) = (1 \supset 1) = 1 \\ \therefore E^0 &= 0 \end{aligned}$$

- Para argumentos inválidos, as suposições novas podem ajudar bastante na obtenção da refutação.
- É comum argumentos inválidos precisarem de três ou mais suposições como no exemplo a seguir:

1	$(A^0 \supset B^?) = 1$	Inválido
2	$(C^0 \supset D^?) = 1$	$E, \sim A, \sim C, \sim F$
3	$(F^0 \supset (C^0 \wedge D^?)) = 1$	
	$\left[\therefore (E^1 \supset C^0) = 0 \right.$	
* 4	sup: $\sim(E \supset C)$	
5	$\therefore E$	{de 4 por S3}
6	$\therefore \sim C$	{de 4 por S3}
7	sup: $\sim A$	{quebra de 1}
8	sup: $\sim F$	{quebra de 3}

- Paramos na linha 8 porque não há mais regras a aplicar, nem fbf complexa não estrelada e não quebrada. Note que quebramos explicitamente 1 e 3 com as suposições das linhas 7 e 8. A linha 2 já está quebrada, pois a negação de uma de suas partes " $\sim C$ " ocorre na linha 6 da prova. Então não há mais nada a fazer a não ser tentar a refutação.
- Coletando todas as linhas que contém letras ou negação de letras montamos a refutação no quadro destacado ao lado e conferimos. De fato, todas premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa. E para isso nem precisamos saber os valores de B e D.
- Se você tivesse escolhido quebrar as linhas 1 e 3 através de outras sentenças "A" e "F", por exemplo, você também refutaria o argumento, mas através de outra refutação, ou seja, de outro conjunto de sentenças que, tanto quanto este que apresentamos, tornaria todas as premissas do argumento verdadeiras e a conclusão falsa.

EXERCÍCIO 4.6a

Prove, através do método das refutações com suposições múltiplas, que cada argumento abaixo é inválido. (Todos eles são inválidos. Você só precisa mostrar isso!)

Exemplo:

$(A \vee \sim(B \supset C))$ $(D \supset (A \supset B))$ $\therefore (C \supset \sim(D \vee A))$	<p>1 $(A^1 \vee \sim(B^2 \supset C^1)) = (1 \vee ?) = 1$ Inválido</p> <p>2 $(D^0 \supset (A^1 \supset B^2)) = (0 \supset ?) = 1$ C, A, \simD</p> <p>[$\therefore (C^1 \supset \sim(D^0 \vee A^1)) = (1 \supset 0) = 0$</p> <p>* 3 sup: $\sim(C \supset \sim(D \vee A))$</p> <p>4 $\therefore C$ {de 3 por S3}</p> <p>5 $\therefore \sim(D \vee A)$ {de 3 por S3}</p> <p>6 sup: A {quebra de 1}</p> <p>7 sup: $\sim D$ {quebra de 2}</p>
<p>Já quebramos 1 e 2, 3 já está estrelada (marcada com *) e 5 já está quebrada (nas linhas 6 e 7). Portanto, não há mais regras a aplicar nem suposições a fazer. A única possibilidade é construir uma refutação.</p>	
<p>As sentenças C, A, $\sim D$ refutam o argumento pois indicam uma circunstância em que todas as premissas do argumento são verdadeiras e sua conclusão é falsa, o que não pode ocorrer com argumentos válidos.</p>	

1.
 $\sim(A \wedge B)$
 $\therefore (\sim A \wedge \sim B)$

4.
 $\sim(A \wedge B)$
 $\therefore \sim(A \equiv B)$

7.
 $(A \supset (B \wedge C))$
 $((D \supset E) \supset A)$
 $\therefore (E \vee C)$

2.
 $(\sim A \supset B)$
 $\therefore \sim(A \supset B)$

5.
 $(A \supset B)$
 $(C \supset (\sim D \wedge E))$
 $\therefore (D \vee F)$

8.
 $(A \supset (B \supset C))$
 $(B \vee \sim(C \supset D))$
 $\therefore (D \supset \sim(A \vee B))$

3.
 $((A \wedge B) \supset \sim(C \wedge D))$
C
 $(E \supset B)$
 $\therefore \sim E$

6.
 $(\sim A \vee \sim B)$
 $\therefore \sim(A \vee B)$

EXERCÍCIO 4.6b

Para cada argumento abaixo, primeiro avalie-o intuitivamente. Então traduza-o para a linguagem proposicional formal (usando as letras sugeridas) e decida se ele é válido (e apresente uma prova) ou inválido (e apresente uma refutação).

Exemplo:

Se você aplicar uma prova (P), então os alunos vão bem (B) ou vão mal (M).

Se os alunos vão bem (B), então você pensa que aplicou uma prova muito simples (S) e você ficará frustrado (F).

Se os alunos vão mal (M), então você pensa que eles não aprenderam nada de lógica (A) e você ficará frustrado (F).

∴ Se você aplicar uma prova (P), então você ficará frustrado (F). [Use as letras P, B, M, S, F e A]

$(P \supset (B \vee M))$ $(B \supset (S \wedge F))$ $(M \supset (\sim A \wedge F))$ $\therefore (P \supset F)$	<p>* 1 $(P \supset (B \vee M))$</p> <p>* 2 $(B \supset (S \wedge F))$</p> <p>** 3 $(M \supset (\sim A \wedge F))$</p> <p>[$\therefore (P \supset F)$</p> <p>* 4 sup: $\sim(P \supset F)$</p> <p>5 $\therefore P$ {de 4 por S3}</p> <p>6 $\therefore \sim F$ {de 4 por S3}</p> <p>** 7 $\therefore (B \vee M)$ {de 1 e 5 por I5}</p> <p>8 [sup: $\sim B$ {quebra de 7}</p> <p>9 $\therefore M$ {de 7 e 8 por I3}</p> <p>** 10 $\therefore (\sim A \wedge F)$ {de 9 e 3 por I5}</p> <p>11 $\therefore \sim A$ {de 10 por S1}</p> <p>12 [$\therefore F$ {de 10 por S1}</p> <p>13 $\therefore B$ {de 8 por RAA, pois 6 e 12 se contradizem}</p> <p>* 14 $\therefore (S \wedge F)$ {de 2 e 13 por I5}</p> <p>15 $\therefore S$ {de 14 por S1}</p> <p>16 $\therefore F$ {de 14 por S1}</p> <p>17 $\therefore (P \supset F)$ {de 4 por RAA, pois 6 e 16 se contradizem}</p>
---	---

O argumento é válido pois a contradição encontrada nas linhas 6 e 16 mostra que a situação em que todas as premissas são verdadeiras (afirmadas) e a conclusão é falsa (negada) é impossível, o que caracteriza o argumento como válido, de acordo com a nossa definição.

1. Se a camareira preparou a bebida, então o mordomo não a preparou.

A camareira não preparou a bebida.

Se o mordomo preparou a bebida, então o mordomo pôs veneno na bebida e o mordomo é o assassino.

∴ O mordomo é o assassino. [Use as letras C, M, V e A]

2. Se você disser a Daniel que você gosta de lógica, então Daniel vai pensar que você não está sendo sincero e você terá problemas.

Se você não disser a Daniel que você gosta de lógica, então Daniel vai pensar que você não gosta de lógica e você terá problemas

∴ Você terá problemas. [Use as letras L, S, P e G]

3. Se você não conseguir reforços, então o inimigo nos atacará e não sobreviveremos.
 ∴ Se você conseguir reforços, então conquistaremos o inimigo e sobreviveremos.
 [Use as letras R, A, S e C]
4. Se Sócrates não aprovasse as leis de Atenas, então Sócrates teria deixado Atenas ou teria tentado mudar as leis.
 Se Sócrates não deixou Atenas e não tentou mudar as leis, então ele concordava em obedecer as leis.
 Sócrates não deixou Atenas.
 ∴ Se Sócrates não tentou mudar as leis, então ele aprovava as leis e concordava em obedecê-las.
 [Use as letras A, D, M e O]
 [argumento de Platão, no diálogo *Crítion*, defendendo que Sócrates não deveria desobedecer a lei e fugir da prisão.]
5. Se vou fazer a trilha do Monte Cabugi e eu for durante o verão, então será a época de maior calor e haverá o máximo de mosquitos.
 Se houver o máximo de mosquitos, então eu não estarei confortável.
 Se eu for assim que acabar as aulas, então eu irei durante o verão.
 ∴ Se vou fazer a trilha do Monte Cabugi e eu não for assim que acabar as aulas, então eu estarei confortável. [Use as letras T, V, C, M, E e A]

O Positivismo Lógico sustenta que "*toda proposição genuinamente verdadeira ou é experimentalmente testável, ou é verdadeira por definição*". Esta visão, ainda que tenha sido popular, é auto-contraditória, e portanto não é mais muito popular. Veja por que:

6. Se o positivismo lógico é verdadeiro e é uma proposição genuinamente verdadeira, então é experimentalmente testável ou é verdadeiro por definição.
 O positivismo lógico não é experimentalmente testável.
 O positivismo lógico não é verdadeiro por definição.
 Se o positivismo lógico não é uma proposição genuinamente verdadeira, então ele não é verdadeiro.
 ∴ O positivismo lógico não é verdadeiro. [Use as letras V, G, T e D]
7. Se você aplicar uma prova, então os alunos vão bem ou vão mal.
 Se os alunos vão bem, então você pensa que aplicou uma prova muito simples e você ficará frustrado.
 Se os alunos vão mal, então você pensa que eles não aprenderam nada de lógica e você ficará frustrado.
 ∴ Se você aplicar uma prova, então você ficará frustrado. [Use as letras P, B, M, S, F e A]
 [Este argumento eu dou de presente a vocês, para tentarem me convencer a não aplicar provas! Talvez não funcione comigo, mas quem sabe com outros professores?]

8. Se o mundo contém o bem moral, então o mundo contém criaturas livres e as criaturas livres algumas vezes fazem o mal.
Se as criaturas livres algumas vezes fazem o mal, então o mundo é imperfeito e o criador é imperfeito.

∴ Se o mundo não contém o bem moral, então o criador é imperfeito. [Use as letras]

9. Encontraremos uma causa para sua ação se e somente se sua ação tiver uma causa e nós procurarmos bem o suficiente.

Se todos os eventos têm causas, então sua ação tem uma causa.

Todos os eventos têm causas.

∴ Encontraremos uma causa para sua ação se e somente se nós procurarmos bem o suficiente. [Use as letras E, T, P e C]

10. Camilo vê que o pedaço de giz é branco.

O pedaço de giz é a menor coisa na escrivaninha.

Camilo não vê que a menor coisa na escrivaninha é branca.

Ele não consegue ver toda a escrivaninha e, portanto, não sabe dizer se o pedaço de giz é a menor coisa na escrivaninha.
--

Se Camilo percebe diretamente os objetos materiais, então se ele vê que o pedaço de giz é branco e o pedaço de giz é a menor coisa na escrivaninha, então ele vê que a menor coisa na escrivaninha é branca.

Se Camilo não percebe diretamente os objetos materiais, então ele percebe dados dos sentidos (tem sensações).

∴ Camilo não percebe diretamente os objetos materiais, ele percebe dados dos sentidos (tem sensações). [Use as letras B, E, B', M e D]

[Este argumento ataca o "realismo direto", a abordagem que afirma que percebemos diretamente os objetos materiais, ao invés de termos sensações, ou percebermos dados dos sentidos.]

11. Se o capacitor final do circuito do radio transmissor está danificado, então a onda padrão está muito alta e a eficiência é diminuída.

Se você está escutando um chiado, então o capacitor final do circuito do radio transmissor está danificado.

∴ Se você não ouve um chiado, então a onda padrão não está muito alta. [Use as letras D, A, E e C]

12. Se podemos saber se Deus existe, então podemos conhecer Deus diretamente da experiência ou podemos conhecer Deus por inferência lógica a partir da experiência.

Se não podemos conhecer Deus empiricamente, então não podemos conhecer Deus diretamente da experiência e não podemos conhecer Deus por inferência lógica a partir da experiência.

Se podemos conhecer Deus empiricamente, então "Deus existe" é uma hipótese científica e é empiricamente falsificável.

"Deus existe" não é empiricamente falsificável.

∴ Não podemos saber se Deus existe. [Use as letras S, D, L, E, C e F]

13. Se eu percebo, então minha percepção é ou ilusória ou verídica.
Se minha percepção é ilusória, então eu não percebo diretamente os objetos materiais.
Se minha percepção é verídica e eu percebo diretamente os objetos materiais, então minha experiência nas percepções verídicas deveria sempre diferir qualitativamente de minha experiência nas percepções ilusórias.
Minha experiência nas percepções verídicas nem sempre difere qualitativamente de minhas experiências nas percepções ilusórias.
Se eu percebo e eu não percebo diretamente os objetos materiais, então eu percebo diretamente sensações.
- ∴ Se eu percebo, então eu percebo diretamente sensações e eu não percebo diretamente os objetos materiais. [Use as letras P, I, V, O, D e S]
14. Se você é romântico e italiano, então Julieta se apaixonará por você e vai querer casar com você.
Se você é italiano, então você é romântico.
- ∴ Se você é italiano, então Julieta vai querer casar com você. [Use as letras R, I, A e C]
15. Se as emoções podem se basear em erros fatuais, e erros fatuais podem ser criticados, então podemos criticar as emoções.
Se podemos criticar as emoções e julgamentos morais são baseados em emoções, então crenças sobre a moralidade podem ser criticadas e a moralidade não é inteiramente não-racional.
- ∴ Se a moralidade é inteiramente não-racional, então as emoções não podem se basear em erros fatuais. [Use as letras E, F, P, J, C e I]
16. Se você viajar no feriado de 15 de novembro e não estudar lógica, então você não saberá como provar argumentos.
Se você fizer a terceira prova e não souber como provar argumentos, então você errará a maioria das questões e terá uma nota baixa em lógica.
- ∴ Se você viajar no feriado de 15 de novembro, então você terá uma nota baixa em lógica. [Use as letras V, E, A, T, Q e B]

Parabéns, Você Completou o Curso de Lógica!!

Se você tem interesse em aprofundar seus conhecimentos, matricule-se em alguma das disciplinas complementares de lógica e frequente o nosso grupo de estudos, sextas-feiras, às 14:00 na sala II-G1. Todos são bem vindos.