

XVI EBL - Encontro Brasileiro de Lógica

Sobre a Indistinguibilidade entre a Negação e o Condicional



Prof. Dr. Daniel Durante Pereira Alves

Departamento de Filosofia - DFIL
Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes – CCHLA
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

durante@ufrnet.br



Indistinguibilidade Lógica

- Com um sistema formal de lógica fazemos deduções, então, do ponto de vista **lógico**, ser indistinguível é ter o mesmo poder dedutivo:

A e B são indistinguíveis em S quando $\vdash_S \mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}$

Os Teoremas são Indistinguíveis

\Rightarrow

não têm consequências lógicas

As Contradições são Indistinguíveis

\Rightarrow

todas as sentenças são consequências lógicas delas

Sentenças logicamente equivalentes são Indistinguíveis

\Rightarrow

$\neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ e $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ são consequências das mesmas sentenças e têm as mesmas sentenças como consequência

Indistinguibilidade Linguística

- Com a linguagem natural comunicamos significados, então, do ponto de vista **linguístico**, ser indistinguível é ter o mesmo significado.
- A indistinguibilidade linguística engloba a lógica e é ainda mais exigente.

*“Chove ou não chove” e “Se chove então chove”
não parecem linguisticamente indistinguíveis*

porém

$C \vee \neg C$ e $C \rightarrow C$ são logicamente indistinguíveis
na lógica clássica

Uma Questão de Significado

- Qual o significado da seguinte afirmação condicional?

*Se Bush foi um bom presidente, então
Dilma é mais bonita que Angelina Jolie.*

Uma Questão de Significado

- Qual o significado da seguinte afirmação condicional?

*Se Bush foi um bom presidente, então
Dilma é mais bonita que Angelina Jolie.*



*Bush **não** foi um bom presidente.*

- Qual a indistinguibilidade lógica ligada a esta indistinguibilidade linguística?

Indistinguibilidade - Primeiro Caso

- Uma sentença condicional afirmativa cujo conseqüente é falso é indistinguível de uma sentença negativa.

$$B \rightarrow \perp \iff \neg B$$

- Esta ideia foi desenvolvida nos sistemas de Dedução Natural para os quais a negação é definida exatamente deste modo.
- Ao invés de um símbolo primitivo para a negação, há um símbolo primitivo para o absurdo (ou falsidade).

Indistinguibilidade - Primeiro Caso

- No exemplo em linguagem natural, no entanto, a consequência do condicional não é um absurdo ou uma falsidade primordial. Apenas uma sentença falsa: “*Dilma é mais bonita que Angelina Jolie*”:

D

- **D** é falsa num universo do discurso Γ . Isso pode ser representado formalmente como:

$\Gamma \vdash_s \neg D$

Indistinguibilidade - Primeiro Caso

- Assim, um primeiro caso de Indistinguibilidade **linguística** entre a negação e o condicional é:

Quando **B** é falsa num universo do discurso Γ , então, neste mesmo universo do discurso, **$A \rightarrow B$** e **$\neg A$** são indistinguíveis

- Quanto à indistinguibilidade **lógica** temos:

$$\Gamma \vdash_S \neg B \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash_S (A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A$$

- Este é um caso bastante forte. Vale quando o sistema **S** é:
 - a **lógica clássica** e a **lógica intuicionista**.
 - Mas **não vale** quando S é a **lógica minimal!**

Simulando a Negação - O Caso Lógico

- Seria possível utilizar este caso de indistinguibilidade para substituímos todas as negações de nossos discursos por afirmações condicionais?

Seria possível fazer uma '*Simulação Positiva da Negação*'?

- Uma rápida consideração sobre o **caso lógico** de indistinguibilidade mostra que **não**, pois seria necessária uma regressão ao infinito para eliminar todas as negações:
 - $\Gamma \vdash_s (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \leftrightarrow \neg \mathbf{A}$ apenas quando $\Gamma \vdash_s \neg \mathbf{B}$
 - Precisaríamos, então, eliminar esta negação de **B**
 - $\Gamma \vdash_s (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}) \leftrightarrow \neg \mathbf{B}$ apenas quando $\Gamma \vdash_s \neg \mathbf{C}$
 - Precisaríamos, então, eliminar esta negação de **C**
 - etc.

Simulando a Negação - O Caso Linguístico

- Talvez seja possível, então, resolver diretamente o caso linguístico, sem considerações formais!

Bastaria substituir, em todo o nosso discurso, expressões negativas por seus sinônimos condicionais afirmativos.

- Se este for nosso objetivo, precisamos, em primeiro lugar, responder perguntas como as seguintes:

- O que é uma expressão negativa? Como reconhecê-la?
- O que distingue uma sentença afirmativa de uma negativa?
- Há alguma caracterização linguística para a ação de negar?
- Quem, na linguagem, faz o papel do “ \neg ” e o “ \perp ”?

Simulando a Negação - O Caso Linguístico

- Há MUITAS abordagens diferentes em filosofia da linguagem, filosofia da mente, epistemologia, lógica, linguística,... dirigidas a estas questões.
- **Ayer[1952]**, por exemplo, critica qualquer tipo de critério sintático/gramatical de classificação e afirma:

O contraste filosoficamente interessante entre declarações negativas e afirmativas não é o de sua forma gramatical, mas o das diferentes formas em que os tipos de declarações são usados.

Caracterização Pragmática da Negação

- Ayer sugere que o critério pelo qual devemos caracterizar a negação é o **uso** que fazemos das sentenças negativas.

Que tipos de **coisas** podemos fazer com as sentenças negativas e que são proibidas às sentenças afirmativas?

1. Estas **coisas** são o que caracterizam a negação.

2. As sentenças para as quais estas **coisas** se aplicam são as negativas e as outras são as afirmativas.

- Mas do que estamos falando? Qual a natureza destas **coisas** misteriosas?
 - A resposta do próprio Ayer foi insatisfatória, baseada num padrão de especificação e ampliação.

Lógica e Caracterização Pragmática

- Se, no entanto, aplicarmos esta ideia ao contexto formal da lógica, podemos, por exemplo, identificar “as coisas que podemos fazer com as sentenças negativas e que são proibidas às sentenças afirmativas” como:

As **regras do absurdo ou da negação** em um sistema de Dedução Natural.

1. Estas **regras** são o que caracterizam a negação.

2. As sentenças para as quais estas **regras** se aplicam são as negativas e as outras são as afirmativas.

Lógica e Caracterização Pragmática

- Com alguma liberdade linguística, todas as declarações que usam partículas sintáticas negativas parecem traduzíveis em declarações sem estas partículas e portanto supostamente positivas.
- Mas se há algo que seja a negação, algo que separa sentenças afirmativas de negativas, este algo se expressaria em formas de dedução que são permitidas às sentenças negativas e proibidas às afirmativas.
- Se fazemos algo com a negação, se **usamos** a negação de um modo que não pode ser captado em meras substituições sinonímias por formas afirmativas, este uso se dá em deduções (inferências) que seriam permitidas apenas a sentenças negativas.

As regras do absurdo e da negação exprimem este uso e assim caracterizam a negação.

Caracterização Pragmática ou Sintática

- Mas caracterizar a negação através das regras de dedução não seria uma mera caracterização sintática que simplesmente separa gramaticalmente as sentenças afirmativas das negativas, sem qualquer distinção de significado?

Aplicar a sugestão pragmática de Ayer à lógica formal não seria desvirtuar sua proposta original?

Onde está a **Semântica** nesta caracterização pragmática formal?

Sintaxe Linguística ≠ Sintaxe Lógica

Sintaxe Lógica	Regras de Formação (Sintaxe Linguística)
	Regras de Inferência (?)

- O que, em lógica, costumamos chamar de sintaxe, é maior do que se chama de sintaxe no âmbito da linguagem.
- Argumentos de muitos filósofos e linguistas contra abordagens “sintaxistas”, se aplicados diretamente, sem qualificação, à sintaxe da lógica, incorrem em equívocos.

Pragmática, Semântica e Teoria da Prova

Regras de Inferência	Dimensão Pragmática	regras traduzem o uso , os modos de inferir vinculados aos operadores
	Dimensão Semântica	o significado das sentenças é completamente determinado pelo uso (Wittgenstein)

- É esta compreensão que faz da **Teoria da Prova** uma disciplina alternativa à **Teoria de Modelos** e tão apreciada por *Intuicionistas, Construtivistas e Anti-realistas*.
- Assim, se tomarmos as regras de um sistema de dedução natural como expressões das inferências que de fato fazemos nos diversos contextos em que raciocinamos, então estudar estes sistemas, estas regras e o modo como elas constituem provas e demonstrações constitui-se em uma via legítima para estudarmos a negação em seus aspectos mais gerais e abrangentes.

Esperança de Simular a Negação

- Em que se baseia nossa esperança de simular positivamente a negação, já que nos sistemas formais há recursos bastante específicos (de formação e de inferência) para caracterizar expressões negativas?
- Sabemos inclusive que, na lógica clássica, podemos separar de um modo aparentemente inequívoco sentenças afirmativas das negativas:

Para toda sentença **A** e existe uma sentença positiva **B** tal que $\vdash \mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}$ ou $\vdash \mathbf{A} \leftrightarrow \neg \mathbf{B}$.

- Mas as coisas não são tão simples assim!

A Negação se Esconde

- Considere a sentença:

$$A \vee (A \rightarrow B)$$

- Sua sintaxe é positiva, mas ela é um teorema clássico e não é teorema intuicionista.

Qualquer prova desta sentença nos sistemas padrão envolve o uso da regra do absurdo!

- Ela, então, é uma sentença afirmativa ou negativa?

A Negação se Espalha

- A lógica clássica difere da intuicionista apenas na regra do absurdo, mas é possível caracterizar esta diferença em regras positivas. Ex: *Regra Peirce*.

$\perp_c: \frac{[\neg A]}{\perp}$	$\perp_I: \frac{\perp}{A}$	$\text{Peirce: } \frac{[A \rightarrow B]}{A}$
-----------------------------------	----------------------------	---

	Carac. Usual	Carac. Alternativa
Lógica Clássica (LC)	LC = LPI + \perp_c	LC = LI + Peirce
Lógica Intuicionista (LI)	LI = LPI + \perp_I	* LPI = lógica positiva intuicionista

- Os conectivos lógicos não separam perfeitamente as diversas operações de inferência. Há um aspecto da negação clássica exprimível pelo condicional.

Indistinguibilidade - Segundo Caso

- Objetivando retirar o regresso infinito da primeira tentativa de simular a negação, propomos refletir sobre o seguinte contexto de indistinguibilidade:
 - No lugar de exigir a falsidade de **B** ($\Gamma \vdash_s \neg \mathbf{B}$) no universo do discurso Γ , podemos exigir apenas que **B** não seja uma consequência de Γ :

$$\Gamma \not\vdash_s \mathbf{B}$$

- Será que neste caso teremos a indistinguibilidade?

$$\Gamma \not\vdash_s \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash_s (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \leftrightarrow \neg \mathbf{A}$$

- Este caso vale apenas quando **S** é a **Lógica Minimal**. (prova \rightarrow Sanderson)

Simulando a Negação Minimal

- Repare que neste novo contexto não há circularidade.

$$\Gamma \not\vdash_s B \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash_s (A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A$$

- É possível eliminar todas as negações desde que as substituamos por implicações cujos consequentes não são demonstrados a partir de Γ .

Então, a negação da lógica minimal pode ser eliminada sem perdas. A lógica minimal pode, portanto, ser interpretada na lógica intuicionista positiva.

Veja a compatibilidade com a ideia de que são as regras de inferência que caracterizam a negação. Na lógica minimal, para a qual não há regras para a negação e o absurdo, estes operadores podem ser eliminados.

Como Simular a Negação Intuicionista e a Clássica?

- É possível acrescentar regras aos sistemas Intuicionista e Clássico de tal modo que o contexto de indistinguibilidade valha para estes sistemas.

Regra de Trivialização	Regra de Eliminação da Dupla Implicação
(Triv): $\frac{F}{A}$	(EDI): $\frac{[A \rightarrow F]}{A}$

RESTRIÇÃO: nas hipóteses das quais **A** depende, qualquer ocorrência de **F** deve ser consequência de condicional.

Simulando a Negação Intuicionista e a Clássica

- Se S é **LI+Triv** ou S é **LC+EDI**, então vale: (prova → grupo de estudos Natal)

$$\Gamma \not\vdash_S B \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash_S (A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A$$

- Podemos, com este resultado, eliminar as negações tanto da lógica clássica quanto da lógica intuicionista.

LI	pode ser interpretada no sistema sem negação	LPI+Triv
LC	pode ser interpretada no sistema sem negação	LPI+EDI

- Estes resultados são obtidos via funções de tradução. Traduções positivas, que transformam negações em condicionais e traduções negativas, que transformam alguns condicionais em negações. Alguns detalhes serão apresentados na comunicação de Sanderson!

Quão Positivos são os Sistemas sem Negação?

- Qual a motivação para 'estragarmos' os belos sistemas LC e LI, ampliando, inclusive, a ambiguidade entre o condicional e a negação?
- Nosso ponto é filosófico. O objetivo último é argumentar que o que caracteriza essencialmente a negação não é sua expressividade linguística, mas suas propriedades dedutivas.
- Quanto à ambiguidade entre condicional e negação, mostramos que ela já está presente e é forte. Tudo o que podemos fazer com a negação minimal (que não é pouco) pode ser interpretado na lógica intuicionista positiva com auxílio do condicional.
- O que falta à negação minimal para alcançar as negações intuicionista e clássica pode ser acrescentado ao próprio condicional através das regras Triv e EDI.

Referências Bibliográficas

AYER, A. 'Negation', *The Journal of Philosophy* v.**48**, n.26, 797–815, 1952.